RAD

JUGOSLAVENSKE AKADEMIJE

ZNANOSTI I UMJETNOSTI.

KNJIGA CXXXI.

MATEMATIČKO-PRIRODOSLOVNI RAZRED.

XXIII.

JUGOSLAVENSKA AKADEMIJA U ZAGREBU

U ZAGREBU 1897.

KNJIŽARA JUGOSLAVENSKE AKADEMIJE (DIONIČKE TISKARE).

Digitized by Google

Dionička tiskara u Zagrebu.

Digitized by Google

Sadržaj.

	Strana
Nekoliko misli o definiciji i klasifikaciji plodova. Od dra. Ant. Heinza	1— 9
Geologija okolice Kutjeva. Od dra. Drag. Gorjanović-Krambergera	10— 29
Strugača i njezin zapadni nastavak. Od dra. Drag. Gorjanović-Krambergera	30— 40
Nov prilog teoriji Descartesova lista. Od dra. K. Zahradnika	41— 62
Prilog teoriji čunjosječica. Od dra. K. Zahradnika . . .	63— 71
Klima grada Zagreba. Od dra. A. Mohorovičića	72—111

Digitized by Google

Digitized by Google

Nekoliko misli o definiciji i klasifikaciji plodova.

Čitao u sjednici matematičko-prirodoslovnog razreda jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 4. ožujka 1897.

Prof. dr. Antun Heinz.

Malo ima u naučnoj botanici pojmova, koje su botaničari do danas tako različno definirali, kako pojam ploda. Na pitanje: što je plod, koji nam je ustroj kod najviših bilina, t. j. kod angiospermskih sjemenjača — a samo na ove mislim reflektirati — nazvati plodom? dadoše morfolozi toliko različnih odgovora, da za pravo ni u ovaj par još ne možemo reći, da je definicija ploda definitivno ustanovljena, da je pojam izvjesno određen. Ja u toj neizvjesnosti ne vidim pravoga naučnoga napretka, koji ima da stoji ne samo u spoznaji istina, nego jednako treba da se prikazuje i u tome, da definicija svakoga pojma naučnoga bude što oštrija, a uz to i što jednostavnija. Meni se čini, da taj, ako smijem tako reći, polimorfizam definicije ploda nije urodio najboljim plodom. Namjesto da imamo sa svim određeni, jedinstveni odgovor na pitanje: što je plod, nama se u svim odgovorima na to pitanje odražavaju tek sa svim subjektivna shvaćanja pojedinih auktora.

Ovo se najbolje razabira, kad malo razmotrimo sistematičke klasifikacije plodova, kakove nam do danas podadoše različni auktori. Da je sistematička klasifikacija plodova baš tako nužna, kako god je i sustavno razređanje prirodnina u opće, držim da ne treba obrazlagati. Nego u drugu ruku držim, da je jednako opravdan postulat, da se klasifikacija plodova, koja u prvome redu ima da služi deskriptivnoj botanici, jedanput definitivno provede i općeno prihvati, to više, što taka klasifikacija ni iz daleka nije s tolikim poteškoćama spojena, kakove ima da svlada prirodna klasifikacija životinjskih ili bilinskih bića, koja mora da prikaže filogeniju i po tome bliže i daljnje rodbinske snošaje između svih tipova dotičnoga carstva, koji danas na zemlji žive i koji su na njoj nekoć stanovali.

Digitized by Google

A što vidimo u dojakošnjim klasifikacijama plodova? To, da je svaka drukčija, počevši od Linnéove, koju nam je prikazao g. 1751.,[1] pak recimo sve do Günther Beckove, koja ugleda svijet godine 1891.,[2] ili do Eichlerove, koju je prihvatio i Schimper,[3] da ni ne spominjemo različnih drugih klasifikacija, koje nam u ovome razdobju od malo ne 150 godina podadoše različni auktori.[4] A što je uzrok tome? U jednu ruku bez sumnje opstojnost, da su različni auktori različna obilježja smatrali glavnim i najznačajnijim, i da su jedan prema ovome, a drugi prema onome proveli daljnu klasifikaciju. U drugu ruku — a taj mi se momenat čini zamašnijim — potječe raznolikost klasifikacija odatle, što su pojam ploda različno definirali, što definicija niti je bila, niti je sad još jedinstvena.

Zaustavimo se dakle malo kod nekih najobičnijih definicija i razmotrimo konsekvencije, koje iz njih istječu za klasifikaciju plodova.

Vrlo se često čita i čuje ova definicija: „Plod je u povodu oplodnje preobražen (metamorfoziran) ginecej“,[5] dakle, možemo drukčije reći, ginecej u stanju zrelosti. Sad treba dvoje na umu imati, najme, da se pod ginecejem općeno razumijeva skup ili zbroj svih ženskih plodnih listova ili karpidâ u jednome cvijetu i da međusobni snošaj tih karpida može različan biti. U najjednostavnijem se slučaju nalazi u cvijetu samo jedan karpid i došljedno tome samo jedan pestić s jednom (monomernom) plodnicom *(Leguminosae)*. U drugom slučaju ima doduše u cvijetu dva ili više karpida, ali svi su rubovima svojim međusobno tako srasli, da i opet rezultira samo jedan pestić s jednom (polimernom, nepretinjenom ili pretinjenom) plodnicom *(Lilium, Papaver)*. Ovakov se

[1] Philosophia botanica, p. 53.

[2] Versuch einer neuen Classifikation der Früchte. Verhandl. d. k. k. Zool.-bot. Gesellschaft in Wien Bd. XLI. p. 307.

[3] U: Strasburger-Noll-Schenck-Schimperovu Lehrbuch der Botanik. II. izd. 1896. p. 377.

[4] Np. Gärtner, De fructibus. 1788.; Richard, Analyse du fruit. 1808; Desvaux, Journ. bot. 1813. i Traité gen. bot. 1838.; Mirbel, Elém. de phys. végét. 1815.; A. De Candolle, Théor. elém. 1819., Organograph. végét. 1827., Introduct. à l'étude de la bot. 1835.; Du Mortier, Essai carpograph. 1835.; Schleiden, Grundz. d. wis. Bot. 1861. (4 izd.); Sachs, Lehrb. d. Bot. 1868.; Dickson, Suggestions on fruit classif. 1871.

[5] Sravni np. Pax, Allgem. Morphologie der Pflanzen. 1890., ili jednu od najnovijih učevnih knjiga: Reess, Lehrb. der Botanik. 1896.

Digitized by Google

ginecej zove sinkarpičkim. Najzad je treći slučaj taj, da je ginecej apokarpičan, t. j. u cvijetu ima doduše 2 ili više karpida, ali ti nijesu međusobno srasli u jedan pestić, nego je od svakoga postao poseban pestić; dakle ima u apokarpičkoga gineceja toliko pestića, odnosno monomernih plodnica, koliko je u cvijetu karpida *(Ranunculus)*. Uzmimo sada stvar u vrijeme maturiteta. U prvom slučaju nema sumnje, da će se od jedine monomerne plodnice u cvijetu razviti i jedan jedincat plod, n. pr. mohuna *(legumen)*. Većinom vrijedi to i za drugi slučaj, gdje je jedina plodnica u cvijetu doduše polimerna, ali sinkarpična. Normalno rezultira od nje i jedan plod, n. pr. tobolac. Događa se među tim dosta put, da se pojedini pretinci dimerne ili polimerne pretinjene sinkarpičke plodnice sa svim individualizuju i u času potpune zrelosti ploda lišavaju međusobnog saveza. Ovakov se plod zove „*schizocarpium*“, a pojedini su potpuno individualizovani pretinci t. z. „*mericarpia*“. Bit će najbolje, da ovakov plod hrvatski zovemo „kalavcem“ (a ne „pucavcem“) i da pobliže označimo pojedine dijelove, u koje se raspada i koji mogu biti oraščići, roške, perutke itd. Eventualno mogli bismo pojedine merikarpije nazvati „plodićima“ *(fructiculi)*. Po tome je n. p. plod usnača za mene kalavac, koji se raspada u 4 oraščića, dakle, recimo „kalavac četverac“, plod štitaraka kalavac, koji se kala u 2 roške, dakle „kalavac dvojak“, plod javorov kalavac, koji se raspada u 2 perutke, plod slijeza kalavac, koji se raspada u oveći broj roška itd.

Uzmimo sada treći slučaj: U cvijetu se nalazi apokarpičan ginecej, t. j. dva ili više pestića, odnosno dvije ili više slobodnih monomernih plodnica. Što ćemo ovdje u vrijeme maturiteta nazvati plodom? Zar zbroj svih pestića, koji sastavljaju ginecej? To bi odgovaralo do duše gore spomenutoj definiciji, ali morfologijski ne bi bilo ispravno, jer znamo, da se od apokarpičkoga gineceja faktično razvije toliko plodova, koliko je bilo u cvijetu pestića — predpostavljajući dakako, da se svaki zaplodi. To su sa svim normalni plodovi, čas mjehuri *(folliculus*, np. *Delphinium*, *Paeonia* etc.), čas roškasti oraščići *(Ranunculus)*, oraščići *(Fragaria)*, sočne koštunice *(Rubus)* etc. Običavalo se je do duše skup takovih od jednog apokarpičkoga gineceja proizašavših plodova označivati kao „*syncarpium*“ („srašljika“), a pojedine njegove plodove kao „plodiće“ („*fructiculi*“). Nu čemu to? Najprvo je, kako je i Pax s pravom

Digitized by Google

primjetio[1], sa svim ne konsekventno reći, da od apokarpičkoga gineceja postane *syncarpium*, te je poradi toga predložio termin „*apocarpium*“. Meni se među tim jedno i drugo suvišnim čini. Zar nije uputnije plodove biline, koja ima apokarpičan ginecej, nazvati ovim imenom, koje ih ide? Ja ću reći np. *Delphinium* ili *Paeonia* imia apokarpičan ginecej, a plodovi su im mjehuri, ili kod žabnjaka oraščići itd., a ne: plod je sinkarpij ili apokarpij, a plodići su to i to. Ja ću ime „plodić“ rađe upotrebiti, kako rekoh, kod kalavaca, prem da i to baš nije nužno. Kamo bi u opće došli, kad bi se držali gore spomenute definicije ploda. vidimo najbolje kod nekih Anonaceja, n. pr. u roda *Cananga*, gdje se od apokarpičkoga gineceja jednog cvijeta razvije velik broj stapkastih bobuljastih plodova, koje sve skupa nitko živ ne može nazvati plodom, a bome niti srašljikom, jer o kakovome sraštenju plodova tu nema ni govora.

Druga jednako običajna definicija ploda glasi ovako: „Plod je ono, što u povodu oplodnje bude od pestića“, t. j. drugim riječima pestič u stanju zrelosti. Ovo je vrlo stara definicija, koja potječe od Gärtnera,[2] a drže se je i mnogi pozniji botaničari.[3] Prema onome, što smo prije rekli, leži na dlanu, da je ova definicija, u kojoj se namjesto gineceja stavlja pestić, ispravnija od one na prvome mjestu spomenute. Među tim formulira većina mlađih auktora tu definiciju ponešto drukčije, jer vele: „plod u *užem* ili u *strogome* smislu je ono, što u povodu oplodnje bude od pestića“.[4] Taj dodatak „u užem“ ili „strogom smislu“ odnosi se na to, što ti auktori plodove dijele u dvije skupine, najme u plodove „prave“ i t. z. „plodove neprave ili prividne“ *(Fructus spurii)*. Oni vele: pravi je plod onaj, koji se razvija samo od čistog pestića, t. j. od karpida, i pri čijem postanju pored karpida ne participira ni koji drugi dio cvijeta; je li potonje slučaj, sudjeluje li kod postanja ploda osim karpida još koja čest cvijeta, n. pr. cvijetna os, članovi ocvijeća ili drugo što, onda je takov plod nepravi.

Ja uz ovakovo shvaćanje ne bih pristao s više razloga, i u opće mislim, da nema razloga dijeljenju plodova u prave i neprave, koje dijeljenje držim neznanstvenim. U tome se slažem s Günther

---

[1] Pax, l. c. p. 331.

[2] Gärtner, l. c.

[3] Vidi primjerice Sachs, Lehrb. d. Botanik. IV. izd. 1874.

[4] Sravni primjerice Prantl-Pax, Lehrb. d. Botanik, X. izd. 1896. ili Engler-Prantl, Natürliche Pflanzenfamilien, II. Th. I. Abth. p. 175.

Digitized by Google

Beckom,[1] koji za skupinu t. z. nepravih plodova veli, da je „recht übel angebrachte Kategorie“ i s Paxom,[2] koji s pravom kaže, da se taka razdioba ne da konsekventno provesti. Moje mišljenje je ovo: Svi oni dijelovi, koji su s pestićem ili s plodnicom od iskona, dakle već u zametku, genetički srasli, koji š njome čine jednu nerazdruživu cjelinu, kao cjelina se zameću, razvijaju i zore, svi ti dijelovi, razumije se, i u doba su maturiteta s pestićem združeni i š njime zajedno čine plod. To je u mojim očima baš tako pravi plod, kao i svaki drugi, pri kome osim pestića ne participira ništa drugoga. U drugu ruku pak svi oni dijelovi, koji s pestićem od iskona ne čine nerazdruživu cjelinu, s karpidima nijesu srasli, ne mogu biti ni sastavni dijelovi ploda. Prema tome je, da nekoliko primjera navedem, plod jabuke ili kruške za mene pravi plod, koji ću na prosto zvati „jabukom“ *(pomum)*. Dakako da jedan dio i to pretežniji dio toga ploda nije postao od karpida, nego od cvijetne osi; ali to na stvari ništa ne mijenja, jer je oboje od iskona jedna nerazdruživa cjelina. Analognih bi se primjera dosta našlo u skupini *Rosaceae-Pomoideae* ili u prirodnoj porodici *Monimiaceae*. Evo kamo bi dospjeli, da svaki plod označimo kao nepravi, kod čijeg postanja pored karpida participiraju drugi, ali s karpidima od iskona združeni dijelovi: Budući da gotovo u svim slučajevima kod postanja plodova sad u većem, sad u manjem stupnju participira cvijetna os,[3] to bi broj t. z. nepravih plodova gotovo presezao broj pravih plodova. Pogotovo bi pak svi plodovi, koji potekoše od epiginičkih cvjetova, dakle od potcvjetnih plodnica, bili nepravi plodovi, jer u tom slučaju cvijetna os u velike participira kod postanja ženskog plodila i ploda. Nepravi bi plodovi po tome bile primjerice roške kompozita i štitaraka, tobolci većine kampanulaceja, bobulje različnih kukurbitaceja etc., a najljepše je, da bi konsekventno morali, recimo, tobolac liljanov nazvati pravim plodom, a na dlaku jednako organizovani tobolac perunike bio bi nepravi plod, jer je potekao od epiginičkog cvijeta. Ili hoće li kome doći na um, da plod pitomog oraha *(Iuglans regia)* nazove ne-

[1] Günther Beck, l. c. p. 308.

[2] Pax, l. c. p. 332.

[3] Cfr. Reiche, Anatom. Veränderungen, welche in den Perianthkreisen der Blüthen während der Entwickelung der Frucht vor sich gehen. Dissert. Leipzig, 1885.; Besser, Entwicklungsgeschichte und vergl. Anatomie von Blüthen- und Fruchtstielen. Dissert, Leipzig, 1896.

Digitized by Google

pravim plodom za to, što je postao od potcvjetne plodnice i što su s ovom od iskona srasli članovi ocvijeća, dapače predlistići?

Kako su svi ti plodovi za mene pravi plodovi, tako u drugu ruku ne vidim razloga, s kojega bi potrebno bilo reći, da jagoda ili ruža imaju neprave plodove. U jedne su i u druge biline plodovi sa svim tipični oraščići *(nuces)*, a što je u jagode u doba maturiteta cvijetna os, na kojoj plodovi sjede, čunjasta, povećana i sočna, a u ruže vrčasto izdubena, mesnata i oraščiće obuhvata, to su svakako zanimljive prilike, koje kod opisivanja valja istaći, ali one ne smiju da mute čisti pojam ploda. I *Anacardium*-vrste, koje se tako često citiraju kao primjer, imaju po mome shvaćanju prave plodove, a što im cvijetne stapke poslije oplodnje dalje rastu, debljaju, bivaju mesnate, to je druga stvar, koja karakter samoga ploda ni malo ne mijenja. Kod opisivanja valja, dakako, i na nje obzira uzeti, te se ja sa svim slažem s time, da se, recimo, za plodove jagode kaže *„nuces toro carnoso insertae"* ili *„nuces hyposarcae"*, a za plodove ruže *„nuces cupula axis carnosa inclusae"* ili *„nuces perisarcae"*, ali ja se ne slažem s time, da se tu govori o nepravim plodovima. Najzad ne pristajem uz razdiobu plodova u prave i neprave još poradi toga, što sa Paxom[1] imam na umu činjenicu, da pojam nepravog ploda i morfologijski nije jedinstven, jer među neprave plodove broje i ono, što poslije oplodnje postane i preostane od čitavih cvatova. Tako vele primjerice za dud, smokvu i ananas, da imaju neprave plodove, a mi znamo, da ti t. z. nepravi plodovi nijesu nego agregati plodova, t. j. čitavi u porodu oplodnje preobraženi cvatovi. U duda i smokve plodovi su oraščići, a u ananasa bobulje. Što su u duda listići ocvijeća postali sočni i oraščiće odijevaju, što su se u smokve cvjetovi odnosno u doba zrelosti plodovi razvili na nutarnjoj strani vrčasto izdubene, mesnate ucvasne osi, t. z. receptakula, što su se u ananasa bobulje srasle sa ucvasnom osi, međusobno i sa pripercima, i što u svim trim slučajevima svi plodovi čitave ucvasti jesu doduše združeni, ali od iskona genetički dakako nijesu jedna cjelina: to mi ne daje razloga, da te agregate nazovem nepravim plodovima dotičnih bilina. Nije mi poznato, da bi čitava receptacula različnih vrsta roda *Dorstenia*, koji ide u jednaku porodicu sa smokvom i kod kojeg su perigoni svih cvjetova međusobno srasli,[2] tkogod

[1] Pax, l. c. p. 332.

[2] Sravni Engler-Prantl, Natürl. Pflanzenfam. III. Th. I. Abth. p. 79.

Digitized by Google

nazivao nepravim plodovima, kao god ni receptakul smokvi najbliže stojeće novokaledonske *Sparattosyce*, koji je građen kao onaj u smokve, ali je već za cvatnje rastrgan u nazad svinute krpe,[1] prem da bi to sa svim konsekventno bilo. Istina je, u mnogim se slučajevima od čitavih cvatova potekavši agregati plodova kidaju kao cjelina od matere biline, pak i u tome neki vide razlog, da te agregate nazovu nepravim plodovima. Kamo bi među tim došli, da tu opstojnost uzmemo za kriterij kod definicije i klasifikacije plodova, pokazat ću poslije na nekim primjerima.

Da ne duljim, popratit ću u kratko još dvije definicije s nekoliko riječi. Po definiciji Eichlerovoj, koju je, kako gore spomenuh, od novijih auktora prihvatio n. pr. *Schimper*,[2] imali bismo plodom zvati „onaj ustroj, koji sastavljaju svi poslije oplodnje preostali dijelovi cvijeta". Meni se čini, da se time pojam ploda bez potrebe proširuje. Plod roda *Physalis* ili *Nicandra* je bobulja, kako svak znade, a što je ta bobulja i u vrijeme maturiteta odjenuta nadutom, povećanom i inako promijenjenom čaškom, dakle akcesornim organom, koji plodu samome absolutno ne pripada, to je opstojnost, koju valja da u diagnozi istaknemo, ali koja ipak karakter ploda samoga ni malo ne mijenja. Čaška *obastaje* i kod mnogih labijata, boraginaceja itd., te u diagnozi možemo sa svim dobro reći „*bacca involucrata*" ili „*nuces calyce involucratae*", ali sve skupa nazvati plodom, to, držim, nije uputno. Zar su, strogo morfologijski uzeto, kupule hrasta, lješnjaka, pitomoga kestena, bukve etc. sastavni dijelovi plodova tih bilina? Ili su možebiti kod različnih vrsta porodice *Dipterocarpaceae* lapovi čaške, koji ne samo da obastaju, nego znatno narastu poslije oplodnje te služe kao aparat za lijet, dijelovi samoga ploda? Nijesu, kaogod ni lapovi odnoso latice vjenčića kod vrsta rodova *Swintonia, Melanorrhoea, Parishia* i dr. anakardijaceja, koje tu također nijesu drugo nego akcesorni ustroji, koji dakako izvjesnoj biologijskoj svrsi služe naime lagljemu širenju plodova. To vrijedi i za kunadru *(pappus)* mnogih glavočika i valerijanaceja, koja zastupa čašku; plod je u svakome slučaju roška, a nosi li na tjemenu kunadru ili je nema, to je druga stvar. Ja dakle, u kratko, mislim, da se različni akcesoriji, t. j. pored samoga pestića još do maturiteta preostali dijelovi cvijeta nemaju uključiti u pojam ploda. Kod opisivanja valja, dakako, i

[1] Sravni Engler-Prantl, l. c. p. 93.
[2] Schimper, l. c. p. 377.

Digitized by Google

na nje reflektirati, ako su iole značajni, ali tako, da se u prvom redu oštro označi karakter ploda, a onda tek da se kaže i opiše što je na njemu akcesornoga. Reći ćemo primjerice za glavočike: plod je roška, a kod stanovitih ćemo vrsta dodati, da je ta roška ovakom ili onakom kunadrom ovjenčana, dakle „*achenium pappo coronatum*". I za brkate oraščiće nekih žabnjača, n. pr. *Anemone* §. *Pulsatilla* ili *Clematis* možemo reći „*nux coronata*", ali valja znati, da tu „*corona*" (brk) nije akcesorij, nego je u povodu oplodnje promijenjen stupac *(stylus)*, dakle dio pestića, koji je po tome i sastavni dio ploda.

Najdalje je pošao svakako Günther Beck, čija definicija ploda glasi ovako: „plodovi su oni osebujno metamorfozirani organi biline, koji sjemenke do zrelosti sadrže, a onda ih na polje puštaju ili se š njima zajedno kidaju od matere biline". Kako je ta definicija bezuvjetno preširoka, razabira se najbolje odatle, što bi po njoj među plodove valjalo uvrstiti — što Beck faktično i čini — ne samo cvatove, kakove nalazimo u smokve, duda, ananasa itd., nego i različne druge čitave ili parcijalne inflorescencije, koje se u vrijeme zrelosti kidaju od matere biline. Među glavočikama morali bismo primjerice označiti kao plodove čitave glavice od *Xanthium*, *Lappa*, *Gorteria*. U lipe bio bi po tome shvaćanju plod čitav cimozni cvat skupa sa onim zalistkom, koji je uza stapku njegovu prirasao, jer se faktično u vrijeme zrelosti čitava ta inflorescencija otkida od matere biline. Kad nekih amarantaceja, n. pr. *Pupalia, Sericocoma Pleuropterantha* i dr., morali bismo plodom zvati parcijalne cvatove, u kojima ima plodnih i jalovih cvjetova, jer se čitavi kidaju od matere biline. I kod istočno-azijske ramnaceje *Hovenia dulcis* morala bi se plodom nazvati čitava cimozna inflorescencija, čije su osi za vrijeme zrelosti mesnate, sočne te su vrlo uslasne. Što bi se najzad kod *Cotinus Coggygria* prema spomenutoj definiciji moralo plodom nazvati, to će svak znati lahko prosuditi, kome je poznata organizacija cvatova te biline u vrijeme maturiteta. Evo do kakvih nas konsekvencija vodi Beckova definicija.

Ja držim, da bi se svim neprilikama, koje su nužna pošljedica doslije spomenutih definicija ploda lahko dalo izbjeći, da se jedanput za uvijek pojam ploda strogo i jedinstveno odredi. Kad bismo se složili u tome, da *plodom* nazovemo samo „*onaj organ, koji je u povodu oplodnje postao od pestića i od svih s pestićem od iskona u jednu nerazdružívu cjelinu sraslih dijelova cvijeta*", onda bismo

Digitized by Google

bez ikakve poteškoće podobni bili provesti i jedinstvenu klasifikaciju plodova, kakve u ovaj par još doista nemamo, i u kojoj ne bismo više imali sa svim suvišnih kategorija t. zv. nepravih plodova, sinkarpija ili apokarpija i drugih od nevolje postavljenih skupina. Kako bi u tom slučaju pojam ploda bio morfologijski jedinstven, tako bi i klasifikacija bila jedinstvena; a da bi ovu, kaošto je i do sele bivalo, valjalo provesti prema morfologijskim i anatomijskim osobinama ploda, dakle u prvome redu prema organizaciji perikarpija, to leži na dlanu.

Digitized by Google

Geologija okolice Kutjeva.

Čitao u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 29. siečnja 1894.

ČLAN-DOPISNIK PROF. DR. DRAG. GORJANOVIĆ-KRAMBERGER.

Uvod.

Priegled literature.

Najstarija radnja tičuća se geoložkih prilika vlastelinstva Kutjevačkoga potječe iz godine 1855.[1] Te je godine naime ces. kralj. montanista (Schichtenmeister) *F. Wodiczka* poslao ministarstvu financija izvješće o geoložkim iztraživanjima vlastelinstva Kutjevo, koje je on godine 1854. poduzeo na poziv rečenoga ministarstva. — U sjeveroiztočnoj česti toga priedjela nastupaju — kako veli Wodiczka — diorit, dioritni škrilj i variolit u suvislim masama, te nadalje basalt Lončarskog visa. U sjeverozapadnoj i zapadnoj česti priedjela motrio je kristalinske škriljeve, gnajs, blijestnik, filit i kristalinski vapnenac. Ove tvorine da sačinjaju podlogu znatno razvitim taložinam neogenog terciara, iztičući i smedji ugalj, kojega imade u okolici Mitrovca, Kutjeva, Budimca, Batiništa i Kremeništa.

U toj doista kratkoj geoložkoj crtici nalazimo napomenute „suvisle mase diorita, dioritnog škrilja i variolit". Što je Wodiczka pod tima kamima razumijevao, pravo neznam; ipak stoji, da tih kami u tom priedjelu neima, a čini mi se vjerovatnim, da je amfibolne škriljeve i takove gnajse zamienio sa navedenim kamima.

Godine 1861. i 1862. provedena su geoložka snimanja i detaljnija proučavanja zapadne Slavonije. U to ime predleže nam radnje pokojnog zaslužnog geologa D. Stura. Evo naslova njegovim radnjama:

[1] Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt pg. 868.

Digitized by Google

1. Uebersichtsaufnahme von West-Slavonien. (1862.)[1]
2. Aus Požega. (1861.)[2]
3. Geologische Karte von West-Slavonien. (1861.)[3]
4. „Die neogentertiären Ablagerungen von West-Slavonien". (1862.)[4]

U tim radnjama imademo pribranu svu geložku gradnju iz našeg priedjela, samo što su neke kami krivo označene. Tako primjerice basalt Lončarskog visa kao „rhyolith", a iz okolice Londžice nisu u obće spomenute arkaičke a ni paleozoičke kami, jer očito nisu bile motrene, pošto se nalaze u dublje erodiranim grabama i dolinicama. Preko toga su i terciarne naslage sa ugljem od Kutjeva Gradišća označene *sarmatskima.*

Na taj se tema osvrće godine 1874. i *Paul*, i to u razpravi: „Die Braunkohlen-Ablagerungen von Croatien u. Slavonien" pod „B. Braunkohlen Ablagerungen der sarmatischen Stufe",[5] al se sveudilj drži Sturove kronološke oznake tih ugljonosnih taložina.

Ta Sturova oznaka kutjevačkih naslaga prešla je i u naučne knjige, pak ju evo nalazimo u *Hauer-ovoj* geologiji Austro-Ugarske monarkije.[6]

Nu već godine 1875. izpravlja se Paul u djelu Neumayr-Paul: „Die Congerien- u. Paludinenschichten Slavoniens u. deren Faunen",[7] gdje ističe, kako bi upitne taložine mogle odgovarati *sočanskim* naslagama.

To bi bilo u kratko što se tiče literature našeg priedjela. U razpravi samoj obširnije sam se na odnosnim mjestima povratio na te spise. Tu sam htio samo prikazati u skupnoj formi, što se je i od kad se je radilo u tom priedjelu.

Godine 1893. mjeseca kolovoza proučavao sam dozvolom visoke kralj. zemaljske vlade a na poziv vlastelinstva kutjevačkoga geologijske odnošaje obsežnoga toga posjeda. Učinio sam to tim radje, jer me u onom kraju jošte nije bilo, pa onda i zato, jer sam se nadao za naš narodni muzej sabrati lijepu kolekciju gorovrsti.

---

[1] Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt pg. 200.
[2] ibid. pg. 83.
[3] ibid. pg. 115.
[4] ibid. pg. 285—299.
[5] ibid. pg. 303 i 304.
[6] Hauer: „Die Geologie u. ihre Anwendung auf die Kenntniss der Bodenbeschaffenheit der Österr. Ungar. Monarchie. Wien 1875.
[7] Abhandlungen der k. k. geolog. Reichsanst. Bd. VII. pg. 5.

Digitized by Google

Vlastelinstvo Kutjevačko nalazi se pod iztočnom češću Orljavske gore, dopirući joj do grebena, pak se tiče, pošav od zapada k iztoku, ovih znamenitijih točaka: Tromedje (713) SSI nad Vetovom, Kapovca (Δ 792), Oštroga kamena (673), Petrova vrha (697), Dobre vode (596), Sredeljskoga brda (578), Vukčinova brda (531), Kolarišća (513), Krndije (Δ 491), Velike i Male brazde. Odavle spušta se medja prama Jelav-potoku, a da se opet iztočno Gradca kod mlina uzpinje i teče grebenom do Crne klade, odkle se spušta u Ravne livade, odkud od sele potok Londja ocrtava istočnu i južnu medju vlastelinstva, pripajajući mu veliku čest „požežkoga polja". Površje toga velikog posjeda iznosi kojih 363 □ klm.; ta je izmjera učinjena na temelju štopske karte mjerila 1 : 75.000.

Teren vlastelinstva sastoji se od dviju morfologijski različitih česti: gorovite, gustom šumom zarasle, pa onda prostrane depresije, zvane „požežko polje".

A. Orografske i hydrografske osebine.

Pošto na okoliš kutjevački — dotično vlastelinstva — pripada lih gorska čest južno do grebena, to dašto nijesmo kadri stvoriti sebi podpunu sliku toga inače zanimivoga gorskog priedjela, već lih sličicu one uzke zone, koja počev od Tromedje čini sjeverni, dotično SI-ni porub obsežne požežke depresije. Orografska os toga priedjela teče smjerom ZSZ na IJI, spajajući točke Djel-Kapovac-Krndiju, dočim stratografska os imade smjer od Z na I. Najviša čest orografske osi je Kapovac sa 792 m.; odavle pada visina do Krndije (491) za 301 m., a odavle pako do Londjice (254) za 237 m., što čini od Kapovca do Londjice razliku u visini za ništa manje nego 538 m. Te sam relacije tu navlaš iztaknuo, jer će nam u tektoničkom odsjeku pomagati tumačenju neke zanimive okolnosti.

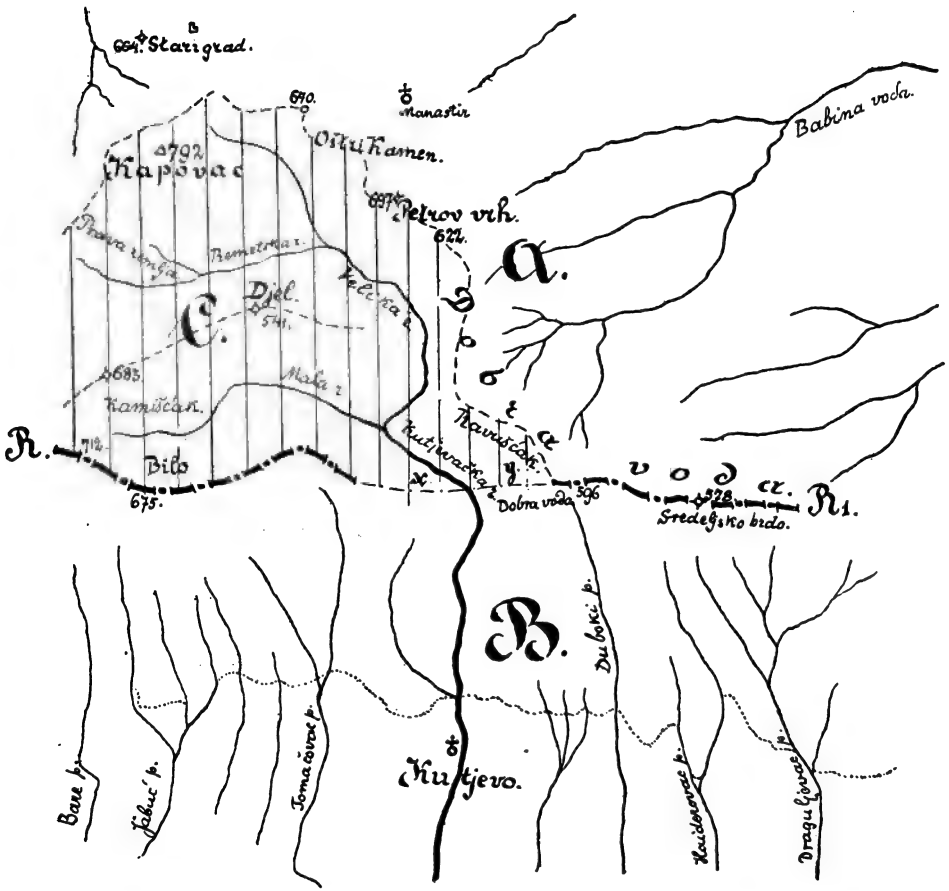
Pošto su kami, koje sastavljaju taj gorski priedjel, većinom lahko strošljivi blijestnik, to imade tuj doduše strmih obronaka i množina gudura i dolinica, ali na riedko šiljatih vrhova, izuzev strmi greben „Oštroga kamena", ali taj sastoji od vapnenca, pa onda — eruptivni greben „Lončarski vis".

Južni obronak našeg prijedjela strmiji je i kraći od sjevernoga, pak se osobito dobro luči od njega time, što mu doline smjeraju prema jugu, dočim one sjevernoga obronka imadu u gornjoj svojoj česti više manje smjer od Z na I, ter tako odgovaraju smjeru

Digitized by Google

stratografske osi. Vele zanimiva čest našega terena je pako čvor Kapovački, jer je izpresijecan dolinama, koje se vežu na smjer brazdenja, pa po tom spada taj čvor sjevernomu obronku. Ako sam za okoliš Kapovca rabio naziv čvor, to ja taj izraz nemislim u smislu tektoničkom, već lih morfoložkom, pošto ga prouzročiše erozije dvojega smjera. Od Kakovačkog naime čvora, koji rese

Sl. 1.



Hydrografska kartica okolice Kutjevačke (1 : 75.000).

A = sjeverno područje; B = južno područje; C = južnomu području osvojena čest sjevernoga područja; RR_1 = razvodnica; xy = erodirana čest razvodnice.

vrhovi: Petrov, Oštri kamen, Kapovac (= Dizdarevo), Tromedja, Lipa i Bilo, odvaja se protegnuti od zapada na iztok Djel, kojemu teče na sjevernom podanku Remetska rijeka, na južnom pako Mala

Digitized by Google

rijeka; oba se pako pritoka sliju upravo na zapadnom kraju Dobre vode t. j. pod brijegom Pravušćakom, odkle zaokruživ granitnu masu Kutjevačke rijeke prelazi taj potok ujedno i liniju grebena Dobra voda — Bilo, pa teče prema jugu. Nu i ini potoci na sjeverju grebena naše gore teku početno više manje pravcem od Z na I, dakle smjerom, koji se je prilagodio brazdenju gorskomu, pak se tek kasnije odklanja prema SI.

Naša hydrografska slika ne može ma ni s daleka biti dostatna da karakteriše te vrsti prilike, jer je naš teren premalen, a da bismo mogli po njemu izvesti obću hydrografsku sliku gore Orljavske. Ali budi naglašeno, da je greben Krndija, Dobra voda, Bilo — razvodna medja, razvadjajuća vode područja Drave od onoga Save (dakako posredno), samo što je taj greben izmedju kota 596. i 560. potok Kutjevačka rijeka natrag djelujućom erozijom na čest *xy* prorezao, pak uslijed toga dijelomice prisvojio si vode sjevernog područja (Veliku —, Malu —, i Remetsku rijeku), koje imadu karakterističan svoj početni smjer Z—I, ter ih odveo u južno područje.

B. Stratografski priegled era i systema sa svojim pododijelima.

Polazeći od najstarijih u tom priedjelu prisutnih naslaga, imenovati mi je redom:

I. Era *arkaička:*
   1. System gnajsa
   2. System blijestnika (Glimmerschiefer) i
   3. System filita (brusilovca, Thonschiefer).

II. Era *paleozoička:*
   System (?).

III. Era *mesozoička:*
   System: (?) triasa.

IV. Era *kaenozoička:*
   1. System terciara.
      a) oligocen (sladkovodne taložine)
      b) miocen, α) litavac i lapori
         β) sarmatske naslage.
      c) pliocen: kongerijski lapori.
   2. System diluvija.

Eruptivne kami: *basalt.*

Digitized by Google

I. Era arkaička.

Abstrahirajući od diluvija, koji najveću čest ocrtanog priedjela prekriva, a na iztočnom kraju našeg terena i iste arkaične tvorine do razmjerno znatnih visina zastire, zapremaju arkaične tvorine inače najveće prostorno rašireuje. One se šire u obliku dugačke, od zapada na iztok i jugoiztok steruće zone, koja se u okolišu Londjice sve to većma gubi pod diluvijalni pokrov. Nu ta arkaična zona ne predočuje nam jedinstvenu masu, već joj vidimo pravcem od zapada na iztok uklopljenih i drugih mladjih udova, koje ćemo na skoro još napose iztaći.

Eri arkaičkoj pribrojiti nam je raznovrstne škriljavce a podredjeno morda i hrpno stijenje. Imenice nahodimo tu blijestnike (Glimmerschiefer) razne boje i zrna, gnajse to svietle to mrke, od kojih posljednjih iztičem amfibolne gnajse, zatim vrlo lijepe amfibolne škriljeve, koji lokalno čine prelaze u gnajs (Vetovo). Pripominjem napose amfibolni škrilj iza Lončarskog visa (Hetmanova kosa), te onaj na novom drumu kod Bedenića. Na tom mjestu imade u spomenutom škrilju i žica kvarca, a u blizini motriti je i ponešto grafitnog filita.

Da li je granitna greda u potoku Rijeka nad Kutjevom zbilja granit ili i opet gnajs, nemogu definitivno uztvrditi, ali je vjerovatno, da je granit, jer nepokazuje nikakova škriljanja. No on je uložen u gnajsu, kojega motrimo tu u poviše paralelnih uzkih vrsta, koje se protežu pravcem Z—I. Ovećih granitnih balvana vidjeti je zapadno od Kutjevačke rijeke u potoku izpod kote 586. Pripomenuti još mogu, da je granit svietlo sive i tamno sive boje.

Mnogo češći od granita je svakako gnajs, ali glavno udo arkaičke ere sačinjaju ipak raznovrstni blijestnici (bieli, žuti, sivi, crveni), koji su u veliko izprevijugani. — Predaleko bi nas vodilo, da tu opišemo svaki varietet, pak ću samo još reći, da se ti blieštnici u okolišu Kutjeva vrlo lasno stroše i zastiru teren produktima strošenja, naime crvenom zemljom, u kojoj imade množina sivoga kvarca.

Hoćemo li sve elemente arkaičke ere kronološki poredati, to bismo mogli po običajnom načinu lučiti u našem priedjelu:

1. system gnajsa
2. system blijestnika i } (ova dva systema su ovdje težko razlučiva, jer prelaze mnogim varietatima jedan u drugi).
3. system brusilovca ili filita, kao najmladje udo.

Vjerovatno je, da ovo potonje udo ide djelomice već u eru paleozoičnu. O kakovom pravilnom razporedu ovih systema neima dašto

Digitized by Google

govora. Sjeverno nad Kutjevom dade se upoznati ipak to, da južni porub gorske jezgre sačinjaju blijestnici, osrednju partiju zaprema gnajs, a na to slijede sjevernije — brusilovci, al koje nam je — kako rekosmo — s pretežne česti metnuti u paleozoičku eru. Svakako stoji to, da idući od juga k sjeveru polazimo u sve to mladje elemente tako, da su nam najveći visovi kao „Oštri kamen“ već (?) trias.

Ovaj priegled representanata arkaičke ere dašto je stegnut, al ipak dade slutiti na bogatstvo raznovrstnih škriljeva, osobito pako na moge zanimive prelaze izmedju pojedinih kronoložkih odsjeka te ere. To izpitati bit će danas sutra vele zanimiv zadatak, koji je dakako i težak kraj zamršenih tektonskih prilika unutar zone ovih starih škriljeva.

II. Era paleozoička.

Toj eri bismo mogli pribrojiti seriju raznih glinenih, kloritnih i kvarcnih škriljeva, kojih nahodimo u južnom okolišu Kapovca, i to počamši nad ribarnicom u dolini Velike rijeke. Samo nam je izuzeti mladju (?) triadičnu zonu nuz greben na Oštrom kamenu, koja počiva na tim suponiranim paleozoičkim naslagam.

Pošto u tim — kao paleozoički — označenim škriljevima neima okamina, s toga nam je i nemoguće označiti system, kojemu pripadaju. Po petrografskom obilježju, ter po analogiji nastupanja sa sličnim gorovrstima na drugim mjestima, mogli bismo naše kapovačke škriljeve pridijeliti siluru. Rekoh, to se pitanje za sada nipošto neda riješiti, dakle je i pridijeljenje upitnih škriljeva siluru posve neizvjestno.

Kako sam jur napomenuo, imali bismo tomu paleozoičkom odsjeku pribrojiti raznovrstnih škriljeva, koji nekom pravilnošću prelaze u kvarcne škriljeve Petrova vrha i Kapovca. Iza ribarnjaka u dolini Rijeke nastupaju bo crni glineni škriljevi, koji prelaze u glinene kvarcite, zatim kloritni škriljevi, koji imadu početno u sebi žica kvarca, nu postaju sve to više kvarcitniji, dok na koncu, idući prema izvoru potoka vel. Rijeka, neprevladjuju lih zrnasti kvarcni škriljevi, koji se vuku ća na vrh briega Kapovca. Tamo bo brazde H^0 6 i stoje na glavi.

III. Era mesozoička.

Ova je era zastupana u našem priedjelu sistemom *triasa,* nu taj je lih kod Velike sigurnošću opredijeljen. Tu je već *Stur* godine 1862. (Verhandlungen der k. k. geol. Reichsanstalt pg. 203.)

Digitized by Google

u okolici razvaline opisao škriljeve, koji su osobito na desnom obronku iztočne doline odkriti, pak su crveni, sivi i žutkasto bijeli. Prve dvije vrsti naliče, veli Stur, verfenskim škriljevima, dočim posljednja naliči gnajsu. I ja sam to ležište triasa posjetio i našao da imade tik pod razvalinom na cesti doista žutkasto sivih škriljeva, koje nam je smatrati verfenskimi, pak uz ove da imade i tamnih vapnenaca. Al mi je tu primjetiti, da nesmijemo čitavi kompleks škriljeva, koji začima već pred kupalištem, pridijeliti triasu, pošto ova njihova prednja čest sve do razvaline pripada *arkaičkoj* eri, pak sastoji od raznih blijestnika pa i kvarcnih škriljeva. Izim toga imade nješto sjevernije kod ribnjaka i inih škriljeva crvene i zelene masti, koji bi mogli pripadati paleozoičkoj skupini. Ali svakako je jasno, da nam trias tu nastupa kao uzka zona nuz arkaičke blijestnike. — Pošto u okolici Kutjeva baš na sličan način nahadjamo vapnence u uzkim dugim, paralelnim prugama uklopljene u arkaičkoj zoni blijestnika, to je lih na temelju analognog načina nastupka pribrajam (po primjeru Stura) triasu. Još mi je tu spomenuti, da sam našao JI od Londžice i to u „Ravnih livadah" iztočno kote 177 na ćošku takodjer škriljeva, koji su veoma nalični verfenskim od Velike, pak su isto tako nasloženi na periferiji arkaičkih naslaga. Pod istim okolnostima motrio sam — očito triadičkih škriljeva — još i na drugim mjestima JI Londžice.

Relativno najvećma motrimo triadičkih tvorina, nu u obliku kristalinskih vapnenaca, idući starim drumom povrh sela Gradišća, gdje u zoni blijestnika vidimo poviše uzkih paralelno od Z na I brazdećih vrsta. Ali oni su na vršku hrbta blizu Krndije (kota 418) najvećma razviti, pak ih pratimo u suvisloj partiji po Velikoj brazdi. Taj kamen rabe za nasipavanje cesta; on je modrasto siv ili bijel, pa sivo ljagast. Na slojnim mu plohama vidimo na rijedko bielih finih listića tinjca.

Drugo mjesto, gdje sam zabilježio naslaga triasa, okoliš je *Oštroga kamena,* gdje imade tamnih vapnenaca, nu koji se odavle šire smjerom prema sjeveru, zaostaviv na hrbtu, ter u obsegu našeg terena — lih neznatnu zonu.

Digitized by Google

IV. Era kenozoička.

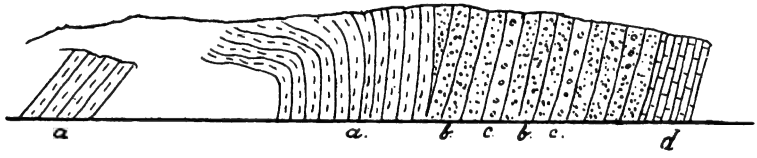
1. Syst terciara.

a) Oligocen.

Amo spadajuće naslage sačinjaju uzku zonu uz južni rub arkaičkog temeljnoga gorja i to počamši od sela Mitrovca pak do južnog obronka Lončarskog visa nad Gradišćem. Zona ta nejednake je širine, pak nije cijelom svojom duljinom odkrivena, već nam prikazuje pojedine razno široke krpe, koje su medjusobno odijeljene diluvijalnom ilovinom. Cijela ta oligocenska zona mjeri po prilici 7·6 klm. u duljinu, pak je najšira iztočno tik Kutjeva, gdje mjeri po prilici 1·3 klm.

Naslage oligocena sastoje od izmjeničnog slijeda konglomerata i pješčenjaka, koji je žut, mjestimice i jasno zelen. Pješčenjak taj tvori i konkrecije, kojih je osobito lijepih vidjeti uzpev se iz Kutjeva na zapadni brijeg. Tuj sam izmjerio jednu takovu ovalnu konkreciju, koja poput bombe strši iz mekšega pješčenjaka, pak

Sl. 2.



Oligocenske naslage uz put na Kutjevački brijeg.

a = lapori
b = žuti pijesak
c = šljunjak
} oligocen; d = sivi pliocenski (kongerijski lapor).

je 75 cm. velika. Na osovju vidimo primjerice i pećina krupnog konglomerata. Najprikladnije mjesto proučanju slijeda oligocenskih naslaga nahodi se zapadno povrh Kutjeva u duboko urezanom putu, koji vodi na Kutjevački brijeg (Δ 267). Već iz daleka je opažljiv žuti pjesak, koji kopaju ljudi, mislim, za pravljenje morta. Taj pijesak indi strmo je podignut (brazdi H⁰ 8·3, a pada k ISI pod kutom od 81⁰), a medju njim vidimo i vrste šljunka, sastojeće ponajvećma od kvarca i granitnih (gnajsnih) valutaka. Još pred slagami pijeska i šljunka vidimo vrstani lapor (a) sa ostatcima riba, a napose mi je spomenuti vrst mekušca *Melania Escheri*, koju je ovdje našao pok. D. Stur. On je i označio te naslage

Digitized by Google

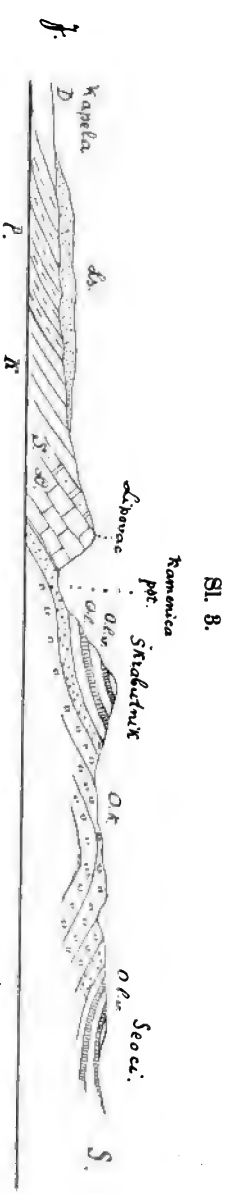
sarmatskima, i prispodobio ih Radobojskim laporima sa biljem i ribama. Prije nego li se upustim u pretresivanje pitanja o starosti upitnih naslaga, valja da još u kratko opišem i naslage povrh *Gradišća*, koje je mjesto već odavna poznato poimence zbog uglja, koji je uložen u tim naslagama. Ležište to nalazi se sjeverno 2 klm. povrh Gradišća na južnom podanku eruptivnog Lončarskog visa u vododerini. Tu bo vidimo, kako ugljen direktno leži na pršincu, a medju ugljenim vrstama sloj siva, krhka, bituminozna lapora sa ostatcima riba, Planorbis-a i močvarnog bilja. Ugljevne vrste brazde H°6 t. j. od I na Z, a padaju na J pod kutom od 57°. — Uglja našlo se je i tik Kutjeva, ali su tektonski odnošaji tako neprikladni, da bi u velike otežčali eksploatiranje uglja, koji je doduše dosta dobar smedji ugalj, ali obiluje pyritom tako, da se je u svoje vrijeme sam upaljivao na jalovnici (Halde) (Vidi: Jahrb. 1861—62. pg. 293.)

Rekosmo jur, da je *Stur* upitne taložine pribrajao sarmatskim naslagama. Nu još i godine 1874. slijedi u pitanju starosti rečenih taložina *C. Paul*[1] nazore Stura. I *Hauer* u svojoj „Die Geologie u. ihre Anwendung auf die Kenntniss der Bodenbeschaffenheit der Oesterr. Ungar. Monarchie“[2] imade (pag. 595.) taložine sa ugljem od Gradišća i Kutjeva uvrštene pod sarmatskim naslagama. — Iste godine 1875. u djelu Neumayr-Paula „Die Congerien- u. Paludinenschichten Slavoniens u. deren Faunen“[3] veli Paul obzirom na starost slojeva sa ugljem od Kutjeva-Gradišća doslove ovo: „Wahrscheinlich gehören die braunkohlenführenden Schichten von Kutjevo und Gradišće am Nordrande der Požeganer Niederug ebenfalls hieher, da sie jedoch auf dem Glimmerschiefer des Krndija Gebirges unmittelbar aufruhen und von Diluviallehm bedeckt werden, auch ausser undeutlichen Fischresten keine Petrefacten lieferten, so ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass dieselben auch den Sotzka-Sehichten des Požeganer-Gebirges aequivalent sein könnten“. — Ovaj nazor Paula izpravan je, jer odgovara faktičnim obstojnostima, koje će još bolje ilustrovati evo i moja izkustva u terenu požežkih konglomerata. Pripominjem tu, da je poznavanje starosti požežkih konglomerata baš ključ za prosudjivanje starosti sličnih tvorina ovog prijedjela. Zato evo prelazim na kratko spominjanje

[1] Jahrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt. Wien. Vol. 24. pag. 303.
[2] Wien 1875.
[3] Abhandlungen d. k. k. geolog. Reichsanst. Bd. VII. Wien 1875. pag. 5.

Digitized by Google

tih konglomerata, koje već od godine 1861. amo nahodimo citirane u literaturi.



Sl. 8.

Ls. D = diluvij (Löss i ilovina). *P* = paludinska glina, pliocen. *K* = kongerijski lapori, pliocen. *S* = sarmatski vapnenac, miocen. *L* = litavac, miocen. *O. l. e.; l* = laporni vapnenac i lapor, oligocen. *O. K* = konglomerat, oligocen.

Požežki su konglomerati svojedobno bili pridijeljeni raznim formacijama i kredi i terciaru. Tako ih Stur godine 1861. u razpravi „Die Neogen-tertiären Ablagerungen von Westslavonien“[1] privremeno meće u kredu. Godine 1863. pako citira ih isti geolog kao eocenske.[2] *Paul* pako u navedenoj već razpravi „Die Braunkohlen-Ablagerungen von Croatien u. Slavonien“,[3] te u spomenutom djelu Neumayr-Paula (l. cit. pg. 5.) veli: „da nam je slojeve izpod litavca gledom na petrografijski im sustav, te zbog toga, što ima u njih biljka *Cinnamomum lanceolatum* smatrati prilično sigurnim analogonom sa Sturovim sočanskim slojevima (limnički ekvivalenat zone sa *Cerithium margaritaceum).* Tomu sada prilažem moja opažanja u prijedjelu izmedju potoka Kamenice, imenice preko Škrabutnika na Seoce. Boljega shvaćanja radi crtam shematičan profil, koji će nam predočiti stratografski razpored pojedinih odsjeka terciara, uz istodobni kronološki slijed njihov.

Kako nam profil kaže, čini potok Kamenica medju izmedju naslaga morskoga porijekla t. j. litavca, te sladkovodnih taložina od Škrabutnika-Seoca. Mladje naslage, dakle južnije od potoka Kamenice, nespominjem pobliže, jer nam ih označuju pismena, pa i inače nespadaju k pitanju o kome razpravljamo. — Popnemo li se od rečenoga potoka na Škrabutnik, to ćemo redom naići na izmjenično slijed sivih i žutih

[1] Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanst. pag. 286.
[2] l. cit. pag. 509.
[3] l. cit. Bd. 1874. pag. 300.

Digitized by Google

pjeskovitih lapora sa bijelim lapornim vapnencem, u kojem imade prhkih, sedrastih (tuffig) slojeva. U tim pako slojevima nahadjaju se sladkovodni pužići *Melania Escheri*, *Neritina* sp. i školjka *Congeria* sp. Idući dalje na sjever izniče nam dublje udo, naime konglomerati, koji čine pred Seocima antiklinalu, a kod Seoca nastupaju opet sladkovodni vapneni lapori i šupljikavi laporni vapnenci, a imade tu i tamnih bituminoznih lapora sa sladkovodnim puževima, od kojih spominjem *Planorbis* sp. te onda 5 cm. dugački *Glandina* cf *Cordieri* Desh. sp. U tom sam laporu opazio i ostataka biljevnih, te ribjih kosti, a valja da spomenem tu još, da u tom laporu leži vrsta uglja.

Prijedjel dakle sjeverno od potoka Kamenice zapremaju prema rečenomu sladkovodne taložine, koje smijemo bez svake dvojbe uvrstiti u *oligocen*, ter ih paralelizovati sa t. zv. „*sočanskim*“ naslagama. Iz toga pako jasno slijedi, da su nazori Paula gledom na starost požežkih konglomerata bili podpunoma izpravni.

Prispodobimo li sada naslage od Kutjeva-Gradišća sa ovima od Škrabutnika-Seoca, to vidimo, da se podpunoma sudaraju, a imenice pako bituminozne naslage Seoca sa onim Gradišća. U jednim i drugim bo nahadjamo Planorba, riba i uglja. Prema tomu možemo sada nazor, da su naslage Kutjeva-Gradišća sarmatske, kako je to mislio Stur, definitivno napustiti, ter ih označiti istodobnim tvorinama sa onima iz prijedjela Škrabutnik-Seoci ter ih s ovima uvrstiti u oligocen, dotično paralelizovati sa t. zv. „sočanskim“ naslagam Štajerske.

b) Miocen.

α) Mediteran.

Naslage mediterana sastoje od dviju facielnih tvorina, i to od obalnog *litavca* i od taložina dubljeg mora t. j. lapora, odgovarajući faunom svojom t. zv. badenskoj glini bečke terciarne kotline. Zanimiva je okolnost, što obalnu tvorinu „litavac“ nahadjamo tu lih u većim ili manjim — rek bi — neznatnim krpama priljubljenu o triadičku ili arkaičku obalu. Neima dakle tu nikakve suvisle obalne zone, već samo denudiranih ostataka nekadanje mediteranske obale. Tako primjerice vidimo, da od Velike počam, gdje je naime litavac lijepo razvit — pak sve do sela Gradišća, neima nigdje litavca, kano da na toj 21.$_7$ kilom. dugoj crti nije mediteransko more ni taložilo svojih strata, premda su nam starije oligocenske vode ostavile svoje krupnozrnije taložine tik uz rub arkaičkog

Digitized by Google

gorja. — Nu tamo, gdje je staložen litavac, obično je to lijepo i tipno razvita kam, puncata naime Lithothamnia, Pectena, Pholadomya i inih karakterističnih okamina toga morskoga odjela miocenskoga.

Oveće krpe litavca motrimo osobito na istočnom kraju naše gorske česti, i to na sjevero-istočnom arkaičkom rubu u okolici Londžice kod Crnogorca, pak sve u dolinu Jelav-potoka, zatim južno od Ravnih livada te prema Polobaši. Na jugo-zapadnom rubu našega gorja je najkarakterističnije razvit litavac iztočno od sela Gradišća na starom drumu, gdje ga nahadjamo kano intensivno žuti, drobljivi ter od detrita slijepljeni ili opet kano bijeli vrstani litavac, u kom imade i opet žutog pijeska sa konkrecijama. U tom žutom vrstanom pijesku imade foraminifera, bryozoa, koralja i krhotina skoljkara, pak je to očita staložina plitkog morja. Idući odavle prema iztoku, nahadjamo omanje krpe litavca nad Dubokim, kod Ljeskovca i, kako već rekosmo, na sjevernom porubu izmedju Polobaša i Crnogorca.

Lapor toga terciarnog odsjeka (ekvivalenat badenskoj glini bečke terciarne kotline) motrio sam lih iztočno do litavske gromade Crnogorca kano uzku zonu. Lapor je pjeskovit i sive boje, a našlo se je u njem mali ježinac (Cidaris), množina Pectena, ostriga itd. (vidi dio paleontološki).

β) Sarmatske naslage.

Ove se naslage sastoje od bijelih kredastih lapora sa *Ervillia*, koje nahadjamo poglavito kod Kovačevca nedaleko Londjice. Više puta vidimo umjesto tog bijelog mekanog lapora svijetlo žuti vapneni lapor, a u njem osim spomenute *Ervillia* i *Cardium obsoletum* var. pak i *Trochus* sp. Ovi sarmatski lapori prelaze opet u *pontičke*, u kojima nahadjamo vrst *Limnaea protracta* Kramb. Gorj., pa uz to i *Planorbis* sp.

c) Pliocen.

γ) Kongerijske naslage.)

Vrlo su dobro razvite u tom prijedjelu, samo je žaliti, što su izim vododerina zastrte diluvijalnom ilovinom. — Vlastelin g. Turković M. priposlao je geložkom muzeju iz Bekinca kolektu fosilnih ostataka — dakako pretežno mekušaca, pak smo s veseljem konstatovali počesto nastupanje rodà *Valenciennesia*, a uz to i ribjih

Digitized by Google

ljusaka. Ti nas lapori faunom svojom sjećaju na istodobne beočinske taložine.

2. System diluvija.

Taj nam system zastupaju pretežno žute ilovine, koje prekrivaju najveću čest našeg terena, a zastrle su, kako to vidismo oko Londjice, i arkaičke tvorine. — Pošto o tim tvorinama neimamo napose što da reknemo, zaključujem razmatranja o stratografskim udovima našeg prijedjela.

C. Dio paleontološki.

Paleontološka gradja našeg prijedjela vrlo je manjkava, zaoto i neće ovaj maleni prijegled ni iz daleka predočiti podpunu sliku faune a još manje flore toga terena. — Moram namah spomenuti, da su — s vrlo malom iznimkom — svi fosilni ostatci nadjeni u taložinama terciara; jer ona *Halobia* i *Posidonomya*, što ju je našao Stur u triasu, potječe iz Velike (gdje sam i ja našao fragmenat od Halobia), dakle sa mjesta, koje je izvan okvira naših razmatranja.

Nadjene okamine spomenuti ću kronološkim redom, obaziruć se dašto i na one petrefakte, koje već spominje Stur.

Terciar.

a) Oligocen (naslage sladkovodne t. zv. sočanske).

Melania Escheri Brongn. — Kutjevo (1 kom. Stur).

Planorbis sp. — sj. nad Gradišćem (vrlo čest).

Osim toga imade nad Gradišćem u bituminoznom laporu, koji prati ugalj, uz Planorbe i pojedinih (dakako neopredjeljivih) kosti riba i ostataka bilja.

b) Miocen.

α) Litavac i lapor.

Poimence je litavac — ta obalna tvorina, koja se odlikuje obiljem ostataka mekušaca. Osobito mnogo nahadjamo Ostraea i Pectena, koji su često vrlo lijepo sačuvani. Kano bogata nahodišta spominjem litavac od Crnogorca sjeverno Londjici, zatim onaj na starom drumu kod Gradišća. Na tom posljednjem mjestu ubrao je Stur slijedeće:[1]

[1] Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. 1861—62. pag. 292.

Digitized by Google

FORAMINIFERA:

Amphistegina Haueri Orb.
„ *mammillata* Orb.
Heterostegina costata Orb.

BRYOZOA.

Hornera hippolita Defr.
Idmonea foraminosa Rss.
„ *tenuisulca* Rss.
„ *Giebeli* Stol.
Myriozoum truncatum Lk.
Salicornia marginata Goldf. (crassa Busk.).
Retepora cellulosa Lk.
Cellepora globularis, Bronn.
Eschara bipunctata, Rss.
„ *monilifera* Edw.

Od mekušaca takodjer je malo toga pobrano, premda bi se uz nješto truda dala složiti lijepa kolekcija.

Stur nabraja lih: *Ostraea digitalina* Eichw., te
Pecten latissimus, Brocc. sa starog druma povrh Gradišća.

Tomu nam je pridati *Ostraea gingensis* Schloth. sp., i
Pholadomya alpina Math. od Crnogorca,
pak odlomke
Pecten aff. *Besseri* Andrz.

β) Sarmatske naslage.

Vrlo su karakteristično zastupane poglavito na sjevernom obronku Krndije, i to uz cestu kod t. zv. Bukove glave blizu Starog Zoljana, odkle se protežu u vododerine sjeverno male Londjice. Nadjeno je: *Cardium obsoletum* var. sa 2 jače razvita rebra.

Ove naslage prelaze u prepontičke sa:

Limnaea protracta Kramb.
Planorbis sp.

c) Pliocen.

γ) Kongerijske taložine.

Kao jedno od najboljih nalazišta petrefakata toga nivoa spominjem *Bekinac* južno Londje, od kuda nam je gosp. M. Turković poslao ove vrsti:

Planorbis sp.
Limnaeus velutinus Desh.
Valenciennesia annulata Rouss.

Digitized by Google

Cardium Lenzi, R. Hörn.
Congeria sp.

Osim toga ljusaka nekog *Gadoida*, te čeljusti i ljuske druge neke ribe, koja se nedade pobliže opredijeliti.

D. Tektonika.

Maleni naš dio gore Orljavske predočuje nam zajedno sa pripadajućim čestima: Papukom, Psunjem itd. fragmenat t. j. ostatak nekog negda većeg jedinstvenog gorja.

Uočimo li porub jezgre te gorske česti, to u istinu vidimo sva obilježja pravoga krnj-gorja. Južni mu je rub odlomljen a iztočni kraj usjeo. Crta od Velike do Gradišća pokazuje nam nedvojbeno lomni rub, a uza nj usjelu ploču. Na cijeloj toj liniji fale naime mediteranske taložine (litavac), a dalnji pako t. j. iztočni nastavak te crte — pravo reći pukotine — vodi sredinom temeljnoga gorja i križa razvodnicu, očitujući se svojedobno iztisnutim vulkanskim masama, koje sada sačinjaju strmi $^1/_2$ klm. dugački, od iztoka na zapad protegnuti bazaltni greben „Lončarski vis“. Nu ta eruptivna zona nastavlja se i dalje na iztok, jer je eno i vrh Krndije bazaltna kupula, koja djelomice (i to na staroj cesti) pokazuje, kako se je bazalt ohladjivanjem krugljasto odlučio. Nu i još dalje motriti je tu vulkansku kam, dakle izvan ocrtanog terena, gdje se ističe iz daljine kano trapezna uzvisina, ukrašena razvalinom „Bedemgrada“, koja se osobito lijepo vidi, idući od Našica prema Krndiji.

Po onom, što sam do sada tumačio, neima dvojbe, da se vuče južnim rubom, pa i poprieko hrbta Krndije pukotina, koja je napose karakterizovana eruptivnim stijenjem.

Zanimiva je i druga okolnost, što naime naše gorje počam od Kapovca jednolično pada prema IJI tako, da je Londžica za 538 m. nižja od navedenog vrha. Da je pako ovo padanje visine posljedak poniranju toga iztočnoga kraja Krndije, dokazuje okolnost, što su arkaičke kami u okolici Londžice zastrte mladim naslagama pijeska i diluvijalnom ilovinom. Te bo tvorine nahadjamo tu u visinama do p. pr. 300 m., pak zaoto i blijestnike lih u dublje erodiranim dolinicama.

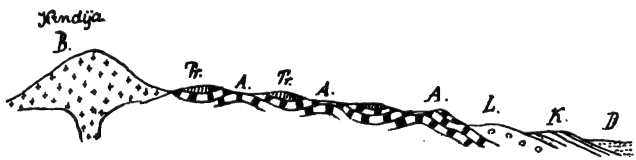
To bi bio u kratko obćeniti ocrt tektonskih prilika cijelog našega gorskog prijedjela. Medjusobni pak položaj i slijed pojedinih systema dosta je kompliciran, a tim teže ga je upoznati, što smo

Digitized by Google

u terenu posvema zastrtu šumom. Nu u glavnom dade se konstatovati, da kami, koje sačinjaju jezgru našega gorskog prijedjela, naime borani blijestnici, prelaze — kako već jednom spomenusmo — idući prema sjeveru, u mladje t. j. paleozoičke škriljeve, a tek na najdaljnjoj tački našeg terena t. j. na „Oštrom kamenu" nahadjamo vapnence (?) triasa. Nu i na inim mjestima južnog ruba — kako smo vidjeli — imade škriljeva doljnjega (?) triasa: tako na jednom mjestu u „Ravnih livadah", kod Ljeskovca i Dubokog. Te krpe sačinjale su — rekosmo — nedvojbeno suvislu zonu mezozoičkih naslaga oko južnog ruba arkaičke jezgre. Nu i u arkaičkoj zoni, poimence izmedju Gradišća, Krndije i Male brazde, vidimo poviše uzporedno od Z na I tekućih uzkih pruga kristalinskog — valjda triadičkog vapnenca, koje su crtom Gradišće-Lončarski vis iznenadno prekinute. Izvan svake je dvojbe, da je lijevo t. j. zapadno od te crte, pak sve do Velike, gdje opet uz arkaičke škriljeve nahadjamo trias, cijela uzka arkaička ploča sa uklopljenim vapnencima tuj poronula, i to prije staloženja oligocenskih sladkovodnih naslaga, koje su onda taj trouglasti prijedjel izpunile (vidi tektoničku karticu na str 27).[1]

A sada da promotrimo odnošaj terciarnih naslaga prema temeljnom gorju. U to ću ime nacrtati shematički profil preko Kutjevačkog brijega, pa onda takav od Krndije prema dolnjem Kučevcu:

Sl. 4.



Sl. 5.

A = Arkaičke tvorine. Tr = Trias. Ol = oligocen. L = litavac. K = Kongerijski lapori. D = Diluvij. B = bazalt; $x . x^1$ = razmaci.

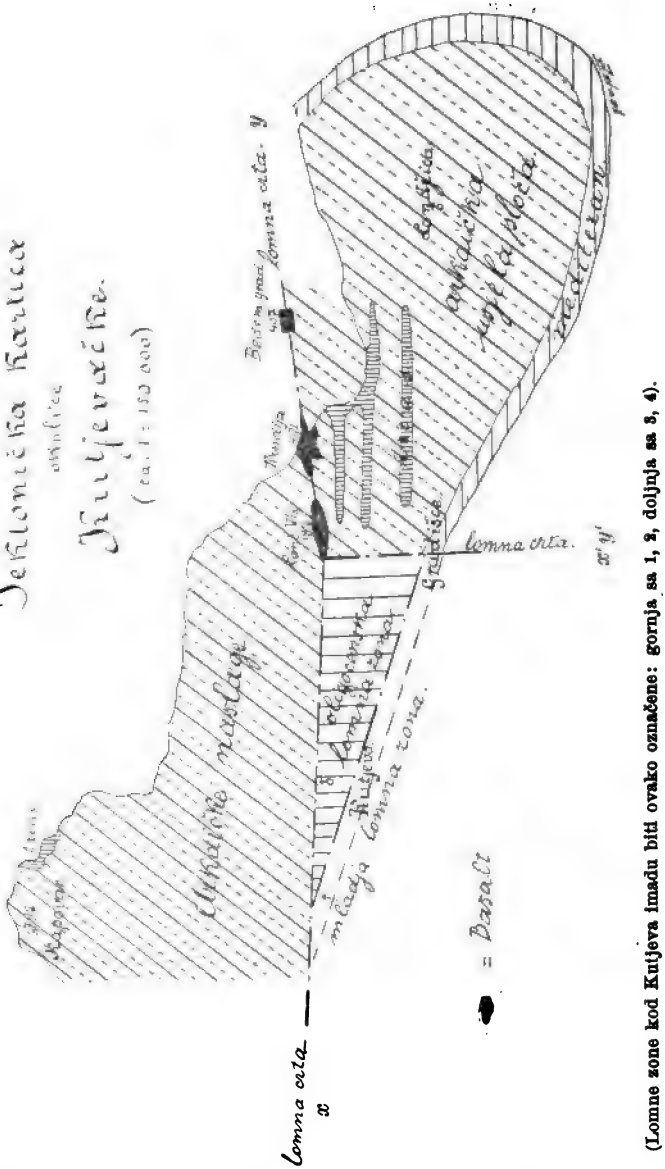
Prispodobimo li oba ova profila, to nam u oči pada velika razlika izmedju obaju. Podpuniji bo profil, preko Krndije (Sl. 4.), predočuje

[1] Na toj sam kartici navlaš izostavio zonu paleozoičku i to zato, da bude nacrt jednostavniji.

Digitized by Google

nam mladju seriju terciarnih naslaga počamši sa mediteranom (L), drugi pako prosjek, iz okolice Kutjeva (Sl. 5.), stariji terciar, naime — oli-

6Sl.



(Lomne zone kod Kutjeva imadu biti ovako označene: gornja sa 1, 2, doljnja sa 3, 4).

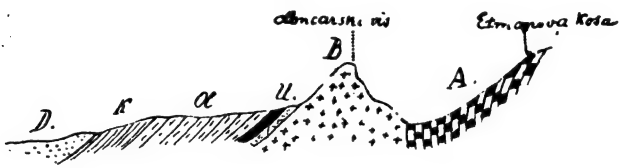
gocen (Ol), bez onih miocenskih elemenata, koje motrismo na prvom profilu. Dočim je slijed miocenskih naslaga prvog profila normalan, pokazuje nam prosjek kod Kutjeva velikih abnormalnosti, koje se

Digitized by Google

ističu osobito tim, što su i pliocenski kongerijski lapori (K) protupadna položaja, ter pod vrlo strmim kutom (81°) podignuti. Sve nam to kazuje, da su se na tom relativno malenom prostoru zgadjale ponovno vrlo znamenite vertikalne oscilacije tla, koje su izvele na tako blizkim distancijama tolika poremećenja unutar terciarnog systema, kako to vidimo prispodobiv okoliš Kutjeva sa onim Gradišća. Sve će nam to pako predočiti sliedeća shematička tektonska kartica. (Sl. 6.)

Napokon glede erupcija bazalta, koje su se zbile na pukotini Lončarski vis-Bedemgrad, reći mi je to, da su se one dogodile po svoj prilici za terciara i to valjda u miocenu ili morda i kasnije, kada su naime poronule iztaknute na škici lomne zone izmedju xy, x_1y_1 i 1.2., poglavito pako mladja izmedju 1.2. i 3.4. — Najzanimivija je eruptivna točka spomenuti jur Lončarski vis, jer je na križanju dviju pukotina. Ta pako okolnost daje baš nekom sigurnošću pomišljati na mladoterciarnu izsopinu, pošto na rubu te lomne

Sl. 7.



A = Amfibolni škriljevi. Ol = oligocen sa ugljem U. K = Kongerički lapori. D = Diluvijum. B = Bazalt.

ploče fali litavac, koji je bio svakako tu prisutan još iza kako bi staložen, te sačinjao suvislu zonu od Velike do Gradišća i dalje.

Inaku nam pruža sliku vrh Krndije (prispodobi sl. 4.), a to zato, jer je bazalt tamo prodro pukotinom po srijedi arkaičkih tvorina.

Spomenuti bazalt Lončarskoga visa te Bedem - grada označen je tim imenom već godine 1855. po nekom montanistu *Wodicski*, koji je kratku geološku škicu vlastelinstva objelodanio u godišnjaku c. kr. geološkog zavoda rečene godine na str. 868. Nu kasnije naziva Stur istu kam rhyolitom, dok nije nedavno to pitanje glede naziva upitne kami riješio prof. dr. Kišpatić, podvrgav ju mikroskopskoj analizi. Rezultat njegove analize glasi:

„Kamen je očite porfirne strukture. Osnova mu sastoji od sitnih plagioklasa, angita, biotita i magnetita. Proizvodi prve generacije nisu osobito obilni, a med njimi nalazimo plagioklase, augite, oli-

Digitized by Google

vine i biotite. Medj porfirnimi ovimi sastavinami je augit najredji. Olivin skuplja se obično na kupove, dok je biotit malo ne uviek raztrošen".

Za iztočni kraj našeg prijedjela (t. j. izt. od lomne crte x^1y^1 vidi sl. 6.) rekosmo jur, da je usjeo, i s toga ga vidimo zastrta sve u visini od preko 300 m. pijeskom i ilovinom. Lih dublje erodirani jarci i gudure pa odprani hrbtovi pokazuju nam geološki sastav te česti našeg terena, koja je do sele bila na geološkim kartama označena lih bojom kongerijskih dotično belvederskih naslaga.

Time zaključujem ova kratka razmatranja o geološkim i tektonskim prilikama okoliša Kutjevačkoga, koja se dašto tiču lih neznatna odlomka gore Orljavske. Upodpuniti, dotično sastaviti cjelokupnu geološku ter genetičku sliku te gore, biti će nam skora zadaća.

Digitized by Google

Strugača i njezin zapadni nastavak.

Čitao u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 28. ožujka 1895.

ČLAN-DOPISNIK PROF. DR. DRAG. GORJANOVIĆ-KRAMBERGER.

Ocrtavši god. 1894.[1] u kratko geološki sastav okolice Klanjačke, spomenuo sam u tektonskom odjelu toga spisa, kako je Cesargradska trupina integrirajuća, nu Sutlom odlučena čest Krške gore. Godine 1895. obašao sam izim okolice Krapinske i Lepoglavske, Trakošćanske i Bednjanske, takodjer Strugaču kod Sutinskih toplica, te susjedni teren Sv. Križa i Krapinskih toplica, tražeći: postoji li genetska sveza izmedju Cesargradske trupine i Strugače. Već sam u svojoj „Geologiji gore Samoborske i Žumberačke“[2] to potvrdio, kad sam na str. 68. sub 3. rekao: „Gora Klanjačka i Komorska (t. j. Strugača) su erozijom dotično poniranjem odlučene česti Krških gora, te paralelan primjer gori Zagrebačkoj“. Meni je sada doprinijeti dokaz za tu tvrdnju. U to ime ću ponajprije priobćiti pojedina lokalna motrenja, a pod konac tektonski savez Klanjačke gore sa Strugačom.

I. Topografija.

Strugača.

(Okolica Bertićeva i Sutinskih toplica).

Seoce Bertićevo, dotično posjed obitelji Bertića, leži na uzkom, poput poluotoka prema jugu stršećem pliocenskom nastavku Strugače. Teren sastoji tu od žutog vrstanog pijeska, dotično pješćane gline. Idući odavle prema sjeveru, uvijek stupamo po žutom pjeskovcu, koji smatram gornjim odjelom kongerijskih taložina. Tekar

[1] Rad akademije knj. XVIII. pag. 88.
[2] Rad akademije knj. XVIII. pag. 68.

Digitized by Google

blizu najviše česti Strugače, naime pod kotom 414, proviruju gdje i gdje prepontički svijetli vapneni lapori, dok je rečena kota — triadički dolomit. Idući sada putićem prema iztoku, to stupamo ili po dolomitu ili mladoterciarnim taložinama, dakako prema tomu, kako se put diže ili spušta. Pod kotom 378 spušta se on smjerom JI, i sada eto priječamo i seriju taložina: pliocenske lapore i pješčine, miocenske crvenkaste i modraste lapore, ter pravcate mediteranske obalne tvorine tik nad cestom t. j. krupne konglomerate dotično breču, koja nam zastupa ovdje litavac. Ta pako obalna tvorina naslanja se direkte na triadički dolomit. Na suprotnoj strani ceste, jugo-iztočno Sutinskih toplica, pojavlja se i opet dolomit, koji tu tvori uzku dolinicu, u kojoj leže rečene toplice. Tu je dolomit zaostao samo u obliku uzke, od SZ na JI protegnute krpe, koji brazdi od JI na SZ, a pada k JZ pod kutom od 40°. Ta je dolomitna krpa razdvojena, a oba komada veže mediteranski kvarcni konglomerat, koji rabi za produkciju mlinskih kamena, ali je materijal preprhak zbog mekana cementa. U tom sam konglomeratu našao zub morske ribe iz porodice *Sparidae*. Na južnom okrajku te spomenute triadičke krpe vidimo uz konglomerat litavac, kako se vuče prama selu Mali Komor, tvoreći gole strme hridi, koje su — kako se čini — sastavljene od vrsta lamajućih se gotovo okomce. Na tim morskim obalnim tvorinam nasloženi su *sarmatski* vapneni lapori, brazdeći od S na J sa padom k I pod strmim kutom od 60° (blizu kote 287). Sarmatske naslage čine tu (obzirom na rečenu triadičku krpu) od JI na SZ smjerajuću zonu, ali ona na svom sjevernom kraju prekriva mediteranske taložine, koje su tuj očito usjele, a sve to opet namah zastiru kongerijske taložine, u obliku žutih pješčanih naslaga, koje brazde od SZ na JI a padaju prema SI. Zanimivo je, da su se te kongerijske taložine sjevernoj strani Strugače približile, dočim starije taložine, kao mediteranske, motrimo tek visoko na putu, koji vodi sjevernim obronkom pravcem JZ na brijeg; tu bo negdje na sredini dolomitnog obronka (po prilici u visini od 240—250 m.) prisutne su neposredno na dolomit prislonjene krpe mediterana: to litavca, to lapora ili pješčenjaka. Spomena je vrijedno, da te mediteranske tvorine ovdje brazde p. pr. od S na J sa padom na I. Neima dvojbe, da je taj nepravilni položaj u direktnom savezu sa tektonskim prilikama, dotično sa poremećenjima, o kojima ćemo još napose govoriti. Za malo vidimo i opet trias, a tik sedla izmedju

Digitized by Google

kota 370 i 414, gdje put dolazi na hrbat Strugače, evo i opet mediterana, a da ga onda prekrivaju mladje terciarne taložine.

Spustiv se sa Bertićeva pravcem SZ u jarak, to smo i opeta priječali kongerijske i sarmatske naslage, dočim u dolu ima mediteranskih tvorina. Taj jarak razilazi se u par kratkih gudura, i tu motrimo jezgru Strugače, naime dolomit.

Odemo li u zapadni ogranak rečenoga jarka, koji vodi pravcem SZ na Bokre, to na dnu vidimo mediteranske, a onda sarmatske taložine, koje brazde od Z na I a padaju na J. Što se više dižemo, ulazimo u teren kongerijski, dok opet na hrbtu izlaze na vidjelo sarmatske naslage u obliku vapnenih lapora, koji tu velik dio hrbta zapremaju. Tekar sjeverno pod kotom 370, i to po prilici sa isohipsom 300, nastupa opet temeljno gorje t. j. dolomit, koji u ostalom i svojim strmim obronkom karakteriše svoju prisutnost.

Sv. Vid (Δ 370).

Idući hrbtom Strugače smjerom zapadnim preko Bakra, stupamo po naslagam sarmatskim. Kod zadnjeg kraja sela pred kotom 356 uz put lijevo opaziti je neznatno stršećih partija dolomita, koje sačinjavaju — prem malenu — ali suvislu masu, koja se stere od puta južno preko kote 356 pak do pred Sv. Vida, i koja se odlikuje većom strminom i vegetacijom; tu bo raste grmlje, dotično kolosjek. Bez svake je sumnje dolomit Sv. Vida nastavak triadičke trupine Strugačine. Kad erozija izmedju kota 370. (ist. Bokra) ter 357. ukloni mekani mlado-terciaran pokrov, izaći će na vidjelo i suvisla triadička jezgra, koja veže trias Sv. Vida o onaj Strugače.

Okolica Sv. Križa.

Bližnji okoliš Sv. Križa sastoji od kongerijskih naslaga. Najzanimivije je u tom prijedjelu selo *Galovec* sjeverno Sv. Križa, a to zato, jer tu kod kote 163. desno uz cestu motrimo malenu klisuru gornjo-triadičkog dolomita, koju je tu izprao potok Šemnica, te koja je inače prekrita kongerijskim naslagama. Ali te pliocenske naslage su u tom okolišu dosta strma položaja, jer ih motrih u bližnjem selu Šanjugovu uz smjer brazdenja ZSZ—IJI, kako padaju pod kutom od po prilici 50° k JJZ.

Triadičku klisuru Galovečku smatrati nam je dependentnom sa dolomitom Sv. Vida, a po tom i sa trupinom Strugače.

Digitized by Google

Krapinske toplice.

Triadičke tvorine, koje smo dosele pratili preko Strugače, Sv. Vida i Galovca smjerom ZJZ, mislismo naći i u samim Krapinskim toplicama tim više, jer mladje t. j. pliocenske taložine čine baš u rečenim toplicama antiklinalu. Nu obzirom na okolnost, što se trias počam od Strugače ter smjerom prema zapadu sve to većma spušta pod mladje taložine, dalo nam je i naslutiti, da u Krapinskim toplicama nećemo više naći triasa, barem ne u nivou sada pristupačnom. Ali je veoma važno, što smo kadri u samom mjestu toplica konstatovati starije t. j. miocenske naslage, i to sarmatske i — kako mi se čini — mediteranske. Lijevo naime pod topličkim grobljem u jarku ca. 200 koraka sjeverno od ceste ima lapora ekvivalentnih badenskoj glini, a povrh toga sarmatskih, tanko vrstanih lapora. Ovi potonji brazde od I na Z a padaju k S pod kutom od 36°. Iza glavne gostione motrimo već kongerijske lapore brazdeće od ISI na ZJZ sa padom k JJI pod kutom od 66°. — Neima dvojbe, da se baš kroz Krapinske toplice provlači — dakako mladjim terciarom prekrita — trupina triadička. Od toplica prema zapadu izčezavaju pod pliocenskim pokrovom i miocenske taložine, ali najedared na novo izniču kod Klanjca sa Cesargradskom triadičkom trupinom.

II. Hydrografske prilike.

U tom pogledu iztaknuti nam je jedino potok Mihovljanski sa njegova dva pritoka, naime: zapadni Ptičarov pot., te iztočni Graberje p. Sva tri potoka imadu početni smjer toka (u glavnome) od sjevera k jugu. Čim dopru do trupine Strugače, odklanja im se tok prema iztoku. Ptičarov p. pritječe smjerom JJI do pod zapadni kraj Strugače, odkuda prati sjeverni porub brijega, utječuć u potok Mihovljan, s kojim onda i dalje slijede Strugaču. U taj povećani potok utječe još Graberje potok, pak i sada jošte prate sjeverni podanak Strugače. Nu pred iztočnim okrajkom toga brijega zakreće taj zajednički sada Sutinski p. prama JI, odabrav si daljnjim putom klanjac Sutinski. Kako god su se prije ti potoci ugibali dolomitnoj trupini Strugače, to ga sad vidimo kako čini na oko prodor. Nu taj je prodor bez sumnje tektoničkoga porijekla, kako smo to gotovo na vlas tako vidjeli kod potoka Kosteljine kod Pregrade. Taj se je naime potok tako dugo ugibao tvrdoj gorskoj

Digitized by Google

jezgri, dok nije naišao na pukotinu, kojom mu je bilo tada laglje nastaviti svoj tok, nego li erodirati sebi tek novo korito. Zato neima dvojbe, da bi i naš Sutinski p. sigurno bio tekao još neznatno dalje prema iztoku, da tako obadje i uzku još komorsku klisuru dolomitno-litavsku, pak da si onda kroz lasno erodirajući kongerijski materijal prokrči put bilo u dolinu potoka Velika ili u još bližu prisutnu, sada slijepu dolinicu izmedju Ferkuljevca mihovljanskoga i peršaveškoga, koja se dolinica završuje svojim jugoistočnim krajem u litavcu. Eventualne vode, iza kakve plohe, dovadja ta dolinica do rečenoga kraja, gdje se gubi pod zemlju. Samo mi je pripomenuti, da se ta slijepa dolina nalazi u visini od preko 200 m. abs. vis., ili kakovih 45—50 m. nad tijesnom Sutinskim. Moguće, da je ta sada slijepa dolinica bila u nedavnoj prošlosti korito Sutinskog potoka, koji je tek naknadno, uslijed tektonskih prilika počeo teći tijesnom nastalim uslijed pukotine, koja je odlučila komorske klisure od Strugače.

Napokon koju o Sutinskoj termi.

U tijesnu Sutinskom nalazi se i terma, koja je bez dvojbe vezana na onu istu pukotinu, koja je upriličila odtjecaj potoka medju triadičko-litavskim klisurama. Ali prisutnost terme svakako nam jamči i to, da je pukotina prilično i duboka. Temperatura vode bo, 29.9° R (= 37.3° C), dopušta nam po prilici barem naslućivati, iz koje dubljine izlazi termalna voda Ako uzmemo, da temperatura vode za svaka 33 m. dubljine naraste za 1° C, to bi (uzev u obzir srednju godišnju temperaturu sa ca 11° C) aproximativno izhodište terme ležalo u dubljini od kojih $537._9$ m. (naime: $[37._3 - 11] \times 33 = 537._9$). Nu moramo primjetiti, da je dubljina izhodišta svakako veća, pošto u termu pritječu i površinske vode, koje joj svakako prvobitnu temperaturu umanjuju. O tom sam se osvjedočio lani mjeseca kolovoza, kad sam nakon jače kiše mjerio toplinu vrela, te našao temperaturu sa $34._5$° C. Ovu nižu temperaturu osjetile su vrlo dobro i kupajuće se ondje gospodje, koje mi tu diferenciju i javiše. Neima dakle dvojbe, da se površinske vode doista dojimaju ove terme.

Pitamo li, odakle voda termi, to je odgovor kratak, pošto ona potječe od meteornih voda, koje na temelju tektonskih prilika u one dubljine dodjoše, tuj svoju visoku temperaturu primiše, a hydrostatski pako odnošaji njezin izvor upriličiše. Sabirnim terenom ovih meteornih voda možemo smatrati Očuru dotično Ivančicu, pošto nam tektonski odnošaji Strugače nedopuštaju da nju smatramo sabiralištem.

Digitized by Google

Kemijsku analizu sutinske terme izveo je pokojni rudarski savjetnik C. Hauer (Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt 1865. pg. 251), a glasi:

„5 litara ove vode daju nakon izparivanja čvrst zaostatak od 3.877 gr. t. j. 0.0775%. 1 funta vode = 7680 grana, sadržaje po tom 5.952 grana soli. Raztvorba čvrstog zaostatka izkazala je:

sumporo-kisela natrona	1.74 grana
„ „ magnezije	0.66 „
„ „ vapna	1.42 „
ugljiko-kisele magnezije	0.78 „
„ „ vapna	0.73 „
„ kisela željeznog kisca . . .	0.02 „
kremika	0.36 „
aluminija	0.08 „
organske substancije	0.10 „
	5.89 grana

„Sadržaj na ugljičnoj kiselini je malen ter iznaša samo nešto više nego li je potrebno da uzdrži ugljiko-kisele soli u otopini".

„Ovo vrelo spada prema tomu u kategoriju indiferentnih termalnih izvora".

Okolnost, što u vodi imade najviše vapnenih i magnezijevih soli, govori jasno, da je terma vezana na dolomitni vapnenac, koji se baš sastoji od ugljiko-kisela vapna i magnezije.

Termalni izvori nalaze se na dnu klanjca Sutinskog, i to u koritu potoka ili nešto povrh njega. Terma daje za uru c. 977 kub. stopa vode.

III. Stratografija.

(Vidi geološku karticu.)

U prijašnjem smo jur odsjeku spomenuli, da su jezgre njekoč suvisle gorske kose, od koje danas vidimo lih klisuru kod Galovca, Sv. Vida ter trupinu Strugače, sastavljene pretežno od dolomitnih vapnenaca. Mi ćemo se u slijedećem poglavito baviti Strugačom, pak spominjemo za Sv. Vid i klisuru kod Galovca lih to, da sastoji od dolomita gornjega triasa. — Strugača pako zajedno sa mladjim joj nahrbćenim taložinama sastoji od slijedećih stratografskih elemenata:

I. Era: *Mesozoička.*

System: *Trias.*

Digitized by Google

a) *doljnji trias:* Gutensteinski dolomit i vapnenac.
b) *gornji trias:* crveni kvrgavi vapnenac i svijetli dolomitni vapnenci.

II. Era: *Kenozoička.*
A. System: *Terciar.*
1. *Miocen;* a) *mediteranske taložine:* kvarcni konglomerat, dolomitna breča, litavac i lapori.
b) *sarmatske taložine:* glineni sivi i žuti lapori.
2. *Pliocen; kongerijski slojevi:* žuti pijesak i pješčene gline.
B. System: *Diluvij:* Gline i pijesak mjestimice sa ostatci od *Elephas primigenius.*

I. Era Mesozoička.

System Trias.

a) *Doljnji trias.* Ulazeći od jugo-iztoka u tijesno Sutinjsko, opažamo s lijeva ter nješto pred špiljom, neznatno nagnute pločaste vapnence, a uzpinjući se k špilji, tamni dolomit. Obje ove tvorine možemo paralelizovati t. zv. gutenštainskom vapnencu, dotično dolomitu, pak ih tako pridijeliti doljnjemu triasu.

b) *Gornji trias.* Uz ove kami vidimo još crvene i sive kvrgave vapnence, koji možda pripadaju *ljušturnom* vapnencu.

Spomenuta uda predočuju nam doduše bazu Strugače, al nam ujedno reprezentiraju njezin najneznatniji dio. Ponajbitnije bo udo trupine su vrstani svijetli dolomitni vapnenci, koje tu kidaju za nasipavanje ceste, ter koji pripadaju gornjemu triasu. Oni su osobito jasno vrstani na početku tijesna, s desne i s lijeve strane. S desna brazde od ISI na ZJZ a padaju prema JJI pod kutom od 43°; ali s lijeva brazde ti dolomitni vapnenci od JI na SZ a padaju prema JZ pod kutom od 43°. I stijene rečene špilje, koje sastoje od dolomita, kazuju nasloj, ali posve inakog smjera i položaja; one naime brazde po prilici od S na J, pak su tako rekuć osovljene i ponešto savite. Svakako su ovi dolomiti gornjega triasa, uzporediv ih sa starijim udovima toga systema, znatno poremećeni.

Digitized by Google

II. Era Kenozoička.

A. System Terciar.

Taložine terciara okružuju triadičku trupinu naokolo, u koliko to nisu tektonske prilike naknadno izbrisale. — Starijih taložina od miocenskih neima u tom prijedjelu, a ove sastoje od slijedećih petrografskih elemenata:

1. MIOCEN.

a) Naslage morskoga porijekla (mediteran).

Dolomitna breča. Ova sastoji od oštrosrhih, vapnenim cementom slijepljenih odlomaka dolomita, koji se nalazi u neposrednoj blizini. Motrih ju pako na južnom početku klanjca s lijeve strane, kako tvori malenu stepenicu, na kojoj stoji nekoliko kuća.

Kvarcov konglomerat. Taj se naslanja (na desnoj strani klanjca) na dolomit Komora, te sačinjava mjestimice najviše partije toga od Strugače odijeljenoga brijega. Pod kupalištem, nu još u perivoju njegovu vidimo taj konglomerat duboko zahvaćajući prema dolinskom dnu tako, da nam se dolomit Komora pravo rekuć predočuje razcijepanim u dvije klisure. U tom sam konglomeratu našao spomenuti već zub porodice *Sparidae.*

Litavac. Osobito se je razvio na jugo-iztočnom uglu Komora, gdje tvori vertikalno razcijepane klisuraste mase. Nahadjamo ga i drugdje; primjerice u dublje erodiranim partijama Strugače i to na južnom obronku, tako kod Belovara i pod Bertićevim, dočim ga neima gotovo na cijelom sjevernom obronku. Jedino ga je zaostalo nješto na vrh brijega Z i ZSZ od kote 414, pak na sjevernom obronku u visini od 300 i 340 m. u obliku odlučenih krpa to litavca to lapora. Sve dosele spomenute miocenske tvorine predočuju nam obalne tvorine. Uz ove nahadjamo i laporâ, pak nam oni representiraju sedimente dubljih partija istoga mediteranskoga mora.

b) Sarmatske naslage.

Te naslage nasložene su na prije spomenutima, pak sastoje od glinenih ili vapnenih lapora, sive ili svijetlo-sive boje. One su mjestimice strmo uzdignute; tako primjerice SZ od Maloga Komora, gdje brazde od S na J a padaju, kako to jur spomenusmo, prema I pod kutom od 60°. Sarmatske naslage osobito su lijepo razvite

Digitized by Google

uz put na Bokr, pa onda i na hrbtu zapadne česti Strugače u okolici kote 370, i dalje preko Bokra prema Sv. Vidu idući. Velezanimivo je, što tih naslaga neima na sjevernom obronku Strugače.

2. PLIOCEN.

Pliocenske taložine sastoje od t. zv. *kongerijskih* naslaga, koje tu poglavito sastoje od pjeskovitih, glinenim medjutcima odlučenih tvorina, koje svagdje prekrivaju sarmatske naslage, ter gotovo do na vrh Strugače dopiru. Ni tih tvorina neima na sjevernoj strani trupine toga brijega, premda su to inače najraširenije geološko udo ne samo toga prijedjela, već i čitavoga Zagorja. — Još je pripomenuti, da miocenske i pliocenske tvorine svagdje od Strugače odpadaju, pak da se je i smjer brazdenja svagdje prilagodio položaju i obliku ocrta Strugače.

B. System: Diluvij.

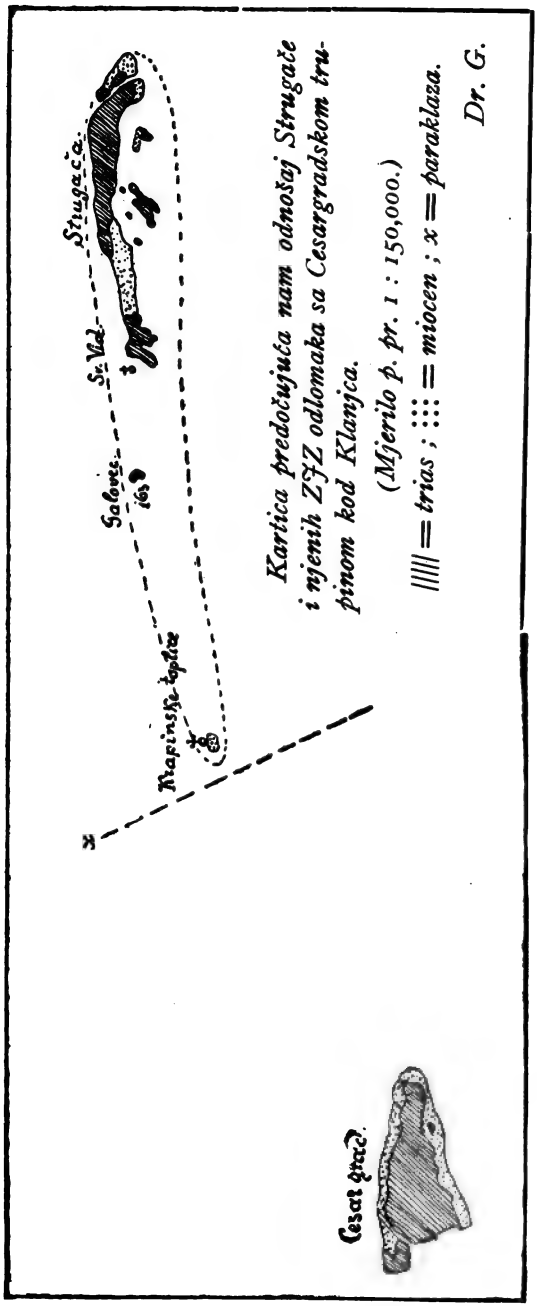
Ove taložine vidimo poglavito razvite u dolinama, a poimence u onoj potoka Mihovljanskoga, gdje sastoji (na sjev. podnožju Strugače) od glinenih i pjeskovitih tvorina. U njima imade na pola pougljenih komada drveća, a našlo se je i ostataka sisara, tako: *Elephas primigenius* Blumb., naime vrlo dobro sačuvana *tibia*, koju je svojedobno poklonio muzeju gosp. J. Golub, vlastelin u Šikadu.

IV. Tektonika.

Naši orografski i topografski pabirci poučili su nas već, da postoji genetska veza izmedju naših odijeljenih triadičkih krpa, naime: trupine Strugače, Sv. Vida, Galovca i Cesargradske trupine, sa štajerskom Krškom gorom. Kako god je nedvojbeno, da su ti naši triadički gorski fragmenti direktni nastavci krških gora, ipak će biti od nužde da se osvrnemo na tektoničke prilike ovih naših relikta krških gora. U tom pogledu nam se je najprije obazrijeti na Strugaču.

Trup Strugače nagnut je k jugu dotično ZJZ, a s njime i naslage miocena, od kojih napose iztičem litavac. Uzmemo li u obzir okolnost, da litavac, osim onih krpa SZ od Bertićeva, sjevernomu obronku manjka; nadalje, da one mladje naslage južnoga obronka mjestimice do na vrh Strugače sižu: to nam se čini jasnim, da se je Strugača jednostrano i to prama ZJZ nagnula, dočim se je

Digitized by Google



Kartica predočujuća nam odnošaj Strugače i njenih ZJZ odlomaka sa Cesargradskom trupinom kod Klanjca.

(Mjerilo p. pr. 1 : 150,000.)

//// = trias ; :::: = miocen ; x = paraklaza.

Dr. G.

njezin sjeverni rub uzdignuo. Uslied toga bje upriličena transgresija mladjih pliocenskih voda s juga, dotično usjedavanje mediteranskih tvorina sjevernoga podanka. Sjeverni se je rub Strugače podignuo nuz pukotinu, koja se i dalje preko Sutinskoga tijesna smjerom ZSZ proteže, ter koju nam sada naznačuje potok Mihovljanski (Sutinski). Nije naime vjerovatno, da bi spomenuti potok bez postojale već pukotine laglje erodirao bio put kroz tvrde dolomitne stijene, nego li kroz mekane, u najbližoj blizini nalazeće se terciarne strate. Napokon govori za prisutnost rečene pukotine spomenuto jur manjkanje miocenskih tvorina na sjevernom obronku Strugače u obće, osobito pako frag-

Digitized by Google

mentarne krpe litavca u visinama od 300 i 340 m. Prema tomu je Strugača jednostrano t. j. prema J dotično ZJZ usjeo gorski fragmenat, kojemu teče na sjeveru dotično SSI pukotina sa odklonom na JI, uslijed koje pukotine i erozije bi odlučen istočni okrajak Strugače po imenu Komor. Prispodobimo li zapadni okrajak sa istočnim, vidimo, da je zapadni kraj uslijed toga, što je usjeo, već preko vrha zastrt terciarnim taložinama. Tako vidimo i pred Sv. Vidom lih na strmijim obroncima, sa kojih su mladji strati odprani, dolomit. Idemo li još zapadnije, vidimo kod kote 163. još samo neznatnu — koji metar visoku klisuru, koju nam je iz mladjih naslaga izprao potok Šemnica. Napokon kod Krapinskih toplica motrimo u visinama po prilici 166 i 180 m. samo još miocenske naslage, što je znak, da je tu već dolomit duboko usjeo. — Samo nam se je glede Cesargradske trupine sjetiti okolnosti, da se je ova posve sličnim načinom kao i Strugača nagnula k zapadu, što nam dokazuje tamošnja zona litavca, koja pada od iztočnoga kraja prema zapadu[1]. I tu se je zgodilo nagibanje trupine nakon staloženja miocenskih strata, koji su mjestimice nagnuti pod kutom od 70°. Paraklaza, koja stoji prilično okomito na smjer brazdenja našeg poremećenoga gorskog niza, te koja je prouzročila usjedavanje trupine Strugače prema zapadu, dotično dizanje Cesargradskog trupa prema iztoku, dobro se sudara sa znamenitom depresijom one česti Ivančice, koja leži izmedju Kune gore (kod Pregrade) i zapadnoga kraja Krapinskih gora t. j. Brezovice i Dunajove gore. Na cijeloj toj površini je trias zastrt miocenskim taložinama, a bližnji trias razpao se je u veće i manje klisure. Nastavak te paraklaze prema jugu ležao bi izmedju Cesargradske trupine i Krapinskih toplica, nu mislim bliže ovim, tako, da bi nam ju mogla dolina potoka Kosteljina donekle označiti. [Vidi x na str. 39 (11)].

[1] Rad jugosl. akad. znanosti. 1894. pg. 88.

Digitized by Google

na tom
o gorsk
. sa od-
ı istočn
okrajak
je usjec
o i prei
strati od-
163. je
: mladjih
olica m
naslag
ı nam s
va posr
m doka
a prem
taloženj
od 70
ja nase
edavanj
og trup
one čes
padno
a cijel
nji tr
e prem
toplic
ı potoč

Digitized by Google

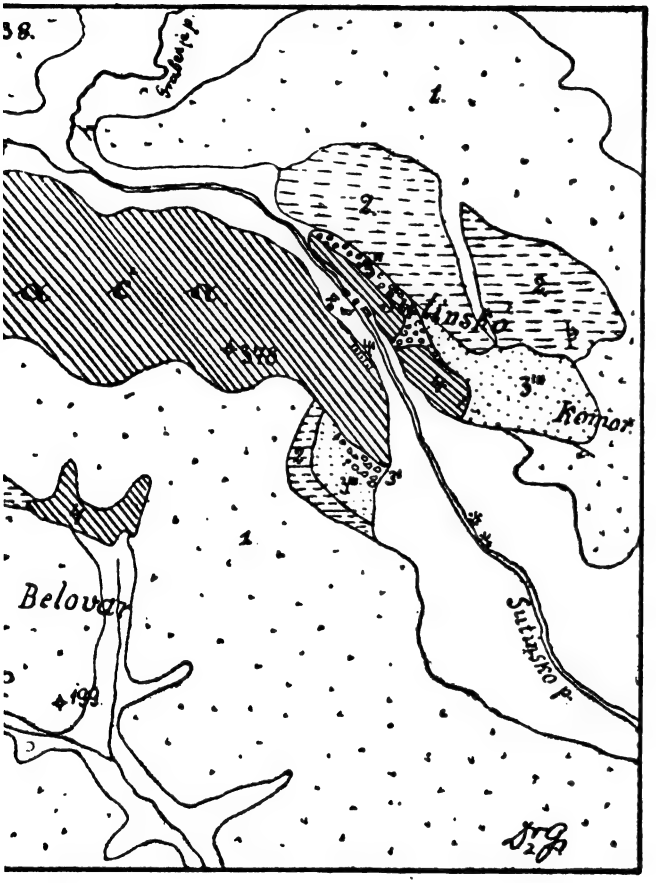
Priegledna geoložka

1 : 25,000.

1 = kongerijske naslage : pliocen.
2 = sarmatske „ miocen.
5 = dolomit triasa; 4' = vapne

Digitized by Google

kartica Strugače.



= breča
= kvarcni konglomerat. } miocen (mediteran).
= litavac i lapori
i dolomiti dol. triasa.

Digitized by Google

Digitized by Google

Nov prilog teoriji Descartesova lista.

Čitao u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 4. ožujka 1897.

PRAVI ČLAN DR. K. ZAHRADNIK.

Descartesov list, kojega jednadžba u istosmjernim pravokutnim surednicama glasi

$$x^3 + y^3 - 3axy = 0,$$

možemo izraziti, kako je poznato[1], jednadžbama

$$x = \frac{3au}{1+u^3}$$
$$y = \frac{3au}{1+u^3}, \qquad (1)$$

gdje je u racionalan parametar krivuljine točke $u(x\,y)$; geometrijski značaj parametra proizlazi već iz relacije

$$y = ux.$$

Tri točke u_1, u_2, u_3 lista leže na pravcu P, ako postoji

$$u_1 u_2 u_3 = -1.$$

Sudara li se točka u_2 sa točkom u_3, dakle za $u_2 = u_3 = u$ prelazi jednadžba gornja u

$$u_1 u^2 = -1 \qquad (2)$$

[1] Gledaj *Zahradnik: Rationale ebene Curven dritter Ordnung.* Hoppes-Archiv für Mathematik und Physik. LXI; kao što istoga raspravu: *Vlastitost skupina sticišta na Descartesovu listu* Rad CIV. pg. 116, te *dra. Varičaka* radnju: *Prilog teoriji Descartesova lista.* Rad CIV. pg. 106.

Digitized by Google

čim dobivamo relaciju izmedju parametra točke u_1 i parametra dirališta u tangente, koju bi iz u_1 na našu krivulju potegnuli. Jesu li u', u'' korijeni jednadžbe (2), valja očito

$$u' + u'' = o \tag{3}$$

$$u'u'' = \frac{1}{u_1}. \tag{4}$$

Iz (3) upoznajemo, da su dirališta u', u'' pripadajuća istoj tangencijalnoj točki u_1 u odnošaju *involutornom;* dalje slijedi, pišemo li $\overline{Ou'} \equiv U'$, $\overline{Ou''} \equiv U''$, iz iste jednadžbe

$$(XYU'U'') = -1,$$

t. j. *dirališta pridružena istoj tangencijalnoj točki projiciraju se iz dvotočke u tracima, koje harmonijski dijele tangente dvotočke.*

Dalje slijedi iz (3), da leži jedno diralište u' na petlji, drugo u'' na ostaloj grani krivulje, i uslijed (4) su dirališta u', u'' tangenata iz točke u_1 realna, dok ne leži točka u_1 na petlji lista.

Poligon upisan.

2. Nalazi li se točka u_1 na petlji, to je $u_1 < o$; dirališta tangenata, koje bi iz nje potegnuli na list, realna su, i to jedno negativno u', drugo positivno u''; uzmimo opet u' kao tangencijalnu točku dirališta u_1', u_1'', od kojih je $u_1' < o$, $u_1'' > o$, a s u_1' postupajmo opet kao sa u_1, to ćemo dobit dirališta u_2', u_2'' itd. Slijed točaka realnih u_1, u_1', u_1'', u_1''' itd. stvara poligon, gdje je

$$u'_n = -(-u_1)^{\frac{1}{2n}}$$

Budući da je $\lim_{h=\infty} u'_h = -1$, svršava taj poligon u diralištu realne asimptote lista.

Vlastitosti sastavnice S.

3. Jednadžba sastavnice dvijuh točaka u', u'' lista Descartesova glasi:

$$[(u'u'')^2 - (u' + u'')]x + [1 - (u' + u'')u'u'']y + 3au'u'' = o,$$

Digitized by Google

ta jednadžba prelazi u

$$S_{u_1} \equiv x + u_1^2 y + 3au_1 = 0, \qquad (5)$$

uvedemo li s pomoću (3) i (4) uvjet, da su točke u'_1, u'' dirališta tangenata iz točke u_1. Ako točka u_1 opiše čitav Descartesov list, omotava pridruženi joj pravac S_{u_1} čunjosječicu, koja se zove *Weyr-Cayley-ova* čunjosječica kvadratične involucije. Jednadžbe njezine u tangencijalnim surednicama jesu

$$\xi = \frac{1}{3a} \cdot \frac{1}{u_1}$$

$$\eta = \frac{1}{3a} \cdot u_1$$

ili u običnom obliku, ako diskriminant lijeve strane jednadžbe (5) glede u_1 stavimo jednak ništici, to je

$$xy = \left(\frac{3a}{2}\right)^2. \qquad (6)$$

Spomenuta čunjosječica je dakle istostranična hiperbola, koja ima tangente dvotočke Descartesova lista za asimptote.

Parametre surednicâ sijecišta Descartesova lista sa čunjosječicom involucije dobili bismo, kad bismo vrijednosti za x, y iz (1) umetnuli u jednadžbu (6). Ovako ćemo naći

$$(u^3 - 1)^2 = 0.$$

Znači li α imaginarni treći korijen iz jedinice, jesu parametri sijecišta

$$u = 1, \quad \alpha, \quad \alpha^2$$

i to svaki dva puta, t. j. hiperbola involucije kvadratične (6) na Descartesovom listu zadane sa (3) dodira se tri puta Descartesova lista.

Za $u_1 = u_2 = u_3$ slijedi iz $u_1 u_2 u_3 = -1$ za parametre točaka infleksije

$$u = -1, \ -\alpha, \ -\alpha^2,$$

Digitized by Google

koje, kako se iz jednadžbe (1) vidi, leže u beskonačnoj udaljenosti. Time su dirališta Weyrove čunjosječice kvadratičke involucije sa Descartesovim listom točke pridružene točkama infleksije[1].

Surednice dirališta tangente S_{u_1} jesu:

$$x_1 = -\frac{3a}{2} \cdot u_1$$
$$y_1 = -\frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{u_1}. \qquad (7)$$

Jednadžbe (6) daju ujedno i parametričku predodžbu involucijne čunjosječice u surednicah točaka.

4. Rabimo li za sastavnicu dirališta tangenata potegnutih iz točke u_{1_h} lista na istu krivulju oznaku S_h, a slično $S^{(h)}$ za točku $u^{(h)}$, to možemo kazati:

Pravci S', S'' pridruženi točkam u', u'' lista Descartesova, imajućim zajedničku tangencijalnu točku u_1, istosmjerni su.

Naime radi (3) je $tg\,(S'S'') = o$.

5. Pravac $S_1 \equiv u'u''$ presijeca Descartesov list još u točki v, dakle valja

$$u'u''v = -1,$$

a uslijed relacije (4) je

$$u_1 + v = o. \qquad (8)$$

Točka u_1 i sjecište pravca $\overline{u'u''}$ sa listom stvaraju dvojinu točaka iste kvadratičke involucije, kojoj spada dvojina točaka u', u'': prema tomu je sastavnica $\overline{u_1 v}$ tangentom čunjosječice involucije (6). Zajednička tangencijalna točka dvojine u_1, v jest τ sa parametrom $\tau = -\frac{1}{u_1^2}$, te presjek sastavnice $\overline{u_1 v}$ sa listom je točka ω sa parametrom $\omega = \frac{1}{u_1^2}$. Valja dakle opet

$$\tau + \omega = o$$

t. j. τ, ω je dvojina točaka iste kvadratičke involucije na Descartesovom listu sa čunjosječicom involucije (6). Sa τ, ω mogli bismo na isti način postupati kao sa $u'u''$, ili $u_1 v$, itd.

Točke u', u_1, τ itd. su vrsi poligona čl. 2.

[1] Isporedi *dr. Em. Weyr: O involucích na křivkách třetího stupně.* Časopis jednoty českých mathematiků, ročník IX Praha 1880. pg. 145.

Digitized by Google

6. Potražimo sad točku v harmonijski združenu sa točkom v obzirom na dvojinu u', u''. Projicirajmo iz dvotočke O točke u', u'', v, v^*, to će biti

$$O\,(u', u'', v, v^*) = -1,$$

dakle

$$\frac{u' - v}{u'' - v} \cdot \frac{u' - v^*}{u'' - v^*} = -1$$

ili

$$u'u'' - \frac{1}{2}\,(u' + u'')\,(v + v^*) + vv^* = o \qquad (9)$$

Radi relacija (3) te (4) naći ćemo iz (9)

$$v^* = \frac{1}{v^2} \qquad (10)$$

ili radi relacije (8)

$$v^* = \frac{1}{u_1^2}.$$

Jednadžba traka Ov^* je prema tomu

$$y = \frac{1}{u_1^2}\,x,$$

i surednice točke v^* dobit ćemo kao sjecišta traka Ov^* sa S_1, naime

$$x = -\frac{3a}{2}\,u_1$$

$$y = -\frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{u_1}.$$

Izporedbom toga rezultata sa jednadžbama (7) upoznajemo namah, da je točka v^* diralište tangente $S_1 \equiv u'u''$ involucijne čunjosječice t. j. *diralište tangente $\overline{u'u''}$ involucijne čunjosječice harmonijski je združena točka sa točkom v, u kojoj sastavnica $\overline{u'u''}$ list presijeca sa obzirom na dvojinu točaka u', u''.*

Prema relaciji (10) valja

$$v^2\,(-v^*) = -1,$$

t. j. točka τ, kojoj je parametar $-v^*$, tangencijalnom je točkom točke v i točke u_1 (8); s toga možemo i kazati, da točka v^* leži na

Digitized by Google

traku harmonijski združenom sa trakom O_τ obzirom na tangente dvotočke.

7. Točka v^* ne leži na listu, nu trak Ov^* presijeca list Descartesov u točki t, za koju valja[1]

$$v^2 t = 1.$$

Sastavnica $\overline{u_1 v}$ presijeca Descartesov list u točki ω, pa s toga je

$$u_1 v\omega = -1,$$

a radi

$$u_1 + v = o$$

nalazimo

$$v^3\omega = 1,$$

dakle je $\omega \equiv t$, t. j. trak Ov^* i sastavnice $\overline{u_1 v}$ presijecaju se u točki ω na listu Descartesovu.

Iz ovog slijedi i konstrukcija točke v^*; treći presjek ω sastavnice $u_1 v$ sa listom spojimo sa dvotočkom $O \,.\, \overline{O\omega} \,.\, \overline{u'u''}$ je tražena točka v^*.

Za $\overline{u_1 v}$ dobivamo jednadžbu

$$u_1^4 x + y - 3au_1^2 = o,$$

koja supstitucijom

$$\tau = -\frac{1}{u_1^2}$$

dobiva oblik

$$S_\tau \equiv x + \tau^3 y + 3a\tau = o$$

što već iz geometrijskog razlaganja čl. 5. proizlazi.

Surednice dirališta S_τ sa čunjosječicom involucije jesu

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= \frac{3a}{2}\frac{1}{u_1^2} \\ y_2 &= \frac{3a}{2} \,.\, u_1^2 \,. \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Iz jednačaba (7) te (11) slijedi:

[1] Jer je smjernica pravca $\overline{Ov^*}$, koju smo radi kratkoće pisali v^*, ujedno i parametar točke t.

Digitized by Google

$$x_2 - x_1 = \frac{3a}{2}\frac{1+u_1^3}{u_1^2} = \frac{3a}{2}\cdot\frac{3a}{y}$$
$$y_2 - y_1 = \frac{3a}{2}\frac{1+u_1^3}{u_1} = \frac{3a}{2}\cdot\frac{3a}{x},$$

dakle je

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y}{x}$$

t. j. *sastavnica dirališta tangenata* $\overline{u'u''}$, $\overline{u_1 v}$ *sa čunjosječicom involucije istosmjerna je sastavnici točke* u_1 *sa dvotočkom lista.*

Trokut pridružen pravcu P i biracionalna reciproka srodnost.

8. Budi zadan pravac P, koji siječe list u točkama u_1, u_2, u_3 i kojega je jednadžba

$$P \equiv x\xi + y\eta + 1 = 0.$$

Pravci S_h, udruženi presjecištima u_h pravca P sa listom Descartesovim, stvaraju trokut, koji zovu trokutom pridruženim pravcu P obzirom na zadan list. Surednice x_3, y_3 vrha A_3 tog trokuta dobivamo rješidbom jednačaba

$$S_1 \equiv x + u_1^2 y + 3au_1 = 0$$
$$S_2 \equiv x + u_2^2 y + 3au_2 = 0$$

po x te y, naime

$$x_3 = -\frac{3a}{u_1 u_2}$$
$$y_3 = -\frac{3a}{u_1 + u_2} \qquad (12)$$

Slično je za vrh A_1 i A_2. Budi T težište trokuta $A_1A_2A_3$; surednice x', y' tog težišta jesu

$$x' = -a\sum\frac{1}{u_1 u_2} = a\Sigma u_1$$
$$y' = -a\sum\frac{1}{u_1 + u_2} = a[(\Sigma u_1)^2 + \Sigma u_1 u_2]. \qquad (13)$$

Digitized by Google

Simetrijske funkcije Σu_1, $\Sigma u_1 u_2$ parametra točaka, u kojima pravac P presijeca Descartesov list, dobit ćemo, kao što je poznato, supstitucijom vrijednosti (1) u jednadžbu pravca P. Naći ćemo na taj način

$$\frac{3au}{1+u^3}\xi + \frac{3au^2}{1+u^3}\eta + 1 = 0,$$

ili poredano po padajućim uzmnožima od u:

$$u^3 + 3a\eta u^2 + 3a\xi u + 1 = 0,$$

iz koje jednadžbe namah slijedi

$$\begin{aligned} \Sigma u_1 &= -3a\eta, \\ \Sigma u_1 u_2 &= 3a\xi, \end{aligned} \tag{14}$$

te osim toga $u_1 u_2 u_3 = -1$, koju smo relaciju kao od prije već poznatu naveli na početku. S obzirom na ove relacije možemo jednadžbe (13) pisati

$$\begin{aligned} x' &= -3a^2\eta, \\ y' &= 3a^2(3a\eta^2 + \xi). \end{aligned} \tag{15}$$

Odgovara dakle svakomu pravcu P (ξ, η) samo jedna točka $T(x', y')$ kao težište trokuta pridruženoga pravcu P; nu obratno slijedi iz tih jednačaba

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{ay' - x'^2}{3a^3}, \\ \eta &= -\frac{x'}{3a^2} \end{aligned} \tag{16}$$

t. j. svakoj točki $T(x', y')$ u ravnini Descartesova lista pridružen je jednoznačno stanovit pravac P (ξ, η), i to tako, da je ta točka T težištem trokuta $A_1 A_2 A_3$, koji je pridružen pravcu P obzirom na Descartesov list.

Postoji dakle medju točkom T i pravcem P biracionalna kvadratno reciproka srodnost[1] *obzirom na Descartesov list.*

[1] Gledaj moje rasprave: „*Prilog k teoriji krivulje trećega stupnja i trećega razreda*“. Rad jugosl. akad. knjiga CXXII. pg. 9. Zagreb 1895. „*Izvodi iz Pappus-ova poučka*“. Nastavni Vjesnik, knjiga IV.

Digitized by Google

Glavne točke ove srodnosti sudaraju se u beskonačnoj udaljenosti. O sličnoj srodnosti govorili smo već na drugom mjestu, na koje budi ovdje upućeno. Ovdje ćemo samo spomenuti, da, leži li točka T na realnoj asimptoti Descartesova lista, to je udružen pravac P tangenta parabole

$$\eta a^2\eta^2 + 3a(\xi - \eta) + 1 = 0;$$

je li pravac P tangentom involucijne hiperbole (6), to leži točka T na racionalnoj krivulji trećeg stupnja i četvrtog razreda

$$x' = -au$$
$$y' = a\,\frac{u^3+1}{u};$$

ili obratno, opiše li točka T tu hiperbolu, to omotava pravac P racionalnu krivulju trećeg razreda i četvrtog stupnja

$$\xi = \frac{2-3u^3}{4a}$$
$$\eta = \frac{u}{2a}.$$

U slučaju da je T točka Descartesova lista, dakle

$$x' = \frac{3at}{1+t^3}$$
$$y' = \frac{3at^2}{1+t^3},$$

udružen je pravac P tangenta racionalne krivulje šestog razreda.

Točka T leži na pravcu P, ili pravac P ide točkom T, ako postoji

$$x'\xi + y'\eta + 1 = 0$$

dakle ako je

$$9a^3\eta^3 + 1 = 0$$

odnosno

$$x^3 - 3a^3 = 0.$$

Digitized by Google

Dalnje kvadratne biracionalne srodnosti.

9. Kreće li se pravac P oko točke S (x_0, y_0), to opiše pridružena mu točka T parabolu Π, kojoj jednadžbu nadjemo, ako u

$$x_0\xi + y_0\eta + 1 = 0$$

umetnemo za ξ, η vrijednosti iz (16), dakle parabolu

$$\Pi \equiv x_0(ay' - x'^2) - ay_0x' + 3a^3 = 0. \qquad (17)$$

Dvima svezcima trakova pripadaju dakle dvije parabole, i prema tomu, što smo za glavne točke spomenuli, oskulira jedna parabola drugu u točki neizmjerno udaljenoj, koja je zadana smjerom osi Y. Ovakve dvije parabole sijeku se dakle samo u jedinoj točki u konačnosti.

Surednice (x_1, y_1) parabolina vrha V (17) jesu

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{ay_0}{2x_0} \\ y_1 &= -\frac{a(12ax_0 + y_0^2)}{4x_0^2} \end{aligned} \qquad (18)$$

Vrh V parabole Π je dakle položajem točke S jednoznačno odredjen, nu iz jednadžba (18) slijedi, da svakoj točki V uzetoj kao vrh parabole Π jednoznačno odgovara tačka S, naime

$$\begin{aligned} x_0 &= -\frac{3a^3}{ay_1 + x_1^2} \\ y_0 &= \frac{6a^2x_1}{ay_1 + x_1^2}. \end{aligned} \qquad (19)$$

Prema tomu su točke S, V u biracionalnoj i to kvadratnoj srodnosti.[1] Oblik parabole Π neovisan je o središtu S svezka trakova, ka kojemu spada; pomaknemo li naime osi surednica paralelno na točku V kao ishodište surednica, glasi jednadžba parabole Π

$$x'^2 = ay'.$$

10. Giblje li se točka T po pravcu P' (ξ_0, η_0), to omotava pridružen joj pravac P parabolu Π', kojoj ćemo jednadžbu naći, ako u jednadžbu pravca (ξ_0, η_0) naime:

[1] Izporedi Salmon-Fiedler: Höhere ebene Curven, Leipzig 1873 pg. 358, 366.

Digitized by Google

$$P' \equiv \xi_0 x' + \eta_0 y' + 1 = 0$$

umetnemo za x', y' vrijednosti iz (35). Ovako ćemo naći

$$\Pi' \equiv 9a^3\eta_0\eta^3 - 3a^2(\xi_0\eta - \eta_0\xi) + 1 = 0.$$

11. Giblje li se središte S svezka trakova po pravcu $P''(\bar{\xi}, \bar{\eta})$, to opiše radi (19) vrh pridruženih parabola Π parabolu Π'', kojoj je jednadžba

$$\Pi'' \equiv x_1^2 + 6a^2\bar{\eta}x_1 + ay_1 - 3a^3\bar{\xi} = 0.$$

Surednice vrha V'' parabole Π'' jesu

$$\begin{aligned} x'' &= -3a^2\bar{\eta} \\ y'' &= 3a^3(3a\bar{\eta}^2 + \bar{\xi}) \end{aligned} \qquad (20)$$

Iz ovih jednadžba slijedi opet

$$\bar{\xi} = \frac{ay'' - x''^2}{3a^3}$$

$$\bar{\eta} = -\frac{x''}{3a^2}.$$

Postoji dakle medju pravcem P'' te točkom V'' ista biracionalna kvadratna reciproka srodnost, kao što medju pravcem P te točkom T. Za $P'' \equiv P$ je $V'' \equiv T$.

Udaljenost težišta T trokuta od pravca P.

12. Za udaljenost p težišta T trokuta od pravca P naći ćemo:

$$p = \frac{9a^3\eta^3 + 1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}},$$

Ako je $\eta = -\frac{\sqrt[3]{3}}{3a}$, to je $p = 0$, te $x' = a\sqrt[3]{3}$, t. j. svakomu traku svezka trakova, kojemu je vrh $S\left(\frac{3a}{\sqrt[3]{3}}, 0\right)$, pridruženo je težište T ležeće na pravcu $x' = a\sqrt[3]{3}$, i pošto je $p = 0$, to je svezak trakova (S) te red točaka (T) perspektivan.

Digitized by Google

Za stalno p omotava pravac P krivulju

$$(\xi^2 + \eta^2)p^2 - (9a^2\eta^3 + 1)^2 = 0,$$

dakle krivulju šestog razreda, i njoj pridruženo mjesto točaka T je krivulja šestog stupnja sa jednadžbom

$$(3a^2 - x^2)^2 - p^2[a^2x^2 + (ay - x^2)^2] = 0.$$

Slučaj $P \equiv S_1$.

13. Sudara-li se pravac P sa pravcem S, bit će njegova jednadžba

$$x + u_1^2 y + 3au_1 = 0,$$

pa s toga je za pravac P

$$\xi = \frac{1}{3a} \cdot \frac{1}{u_1}$$

$$\eta = \frac{1}{3a} \cdot u_1.$$

Točka sdružena T ima surednice

$$x' = -au_1$$

$$y' = a\,\frac{u_1^3 + 1}{u_1}. \qquad (21)$$

Mijenja-li se u_1 od $-\infty$ do $+\infty$ t. j. opiše-li točka u_1 Descartesov list, to opiše pridružena mu točka T krivulju racionalnu trećega stupnja, kojoj je jednadžba

$$y' = \frac{x'^3 - a^3}{ax'}. \qquad (22)$$

Do istog rezultata bismo došli i ovako. Točki u_1 lista odgovara pravac S_1, koji presijeca list u točkama u', u'' v, te pošto valja $u' + u'' = 0$, $u_1 + v = 0$, kao što smo vidjeli, to je

$$\Sigma u_1 = -u_1, \quad \Sigma u_1 u_2 = \frac{1}{u_1}.$$

Digitized by Google

Umetnemo li ove vrijednosti u jednadžbe (13), dobit ćemo opet jednadžbu (21).

Imademo li na umu, da pravac S_1 omotava involucijnu, čunjosječicu, ako točka u_1 opiše list, upoznat ćemo namah, da bismo do jednadžbe (22) došli i transformacijom s pomoću oblička transformacije (16) involucijne čunjosječice kojoj je jednadžba u tangencijalnim surednicama

$$\xi\eta = \frac{1}{(3a)^2}.$$

14. Svakoj točki u_1 lista kao točki tangencijalnoj pridružene su dvije točke u', u'' kao dirališta, kojih je sastavnica S_1. Ako isto potražimo za dirališta, dobit ćemo sastavnice S', S''. Svakomu od tih pravaca S', S'' udruženo je težište T' odnosno T'' trokuta mu pridruženog. Sastavnica $T'T''$ ima jednadžbu

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -au' & \frac{a(u'^3+1)}{u'} & 1 \\ -au'' & \frac{a(u''^3+1)}{u''} & 1 \end{vmatrix} = o,$$

ili razvijenu

$$[1-(u'+u'')u'u']x - u'u''y - a[(u'u'')^2-(u'+u'')] = o.$$

Radi $u'+u''=o$, te $u'u''=\frac{1}{u_1}$

možemo gornju jednadžbu pisati

$$u_1^2 x - u_1 y - a = o.$$

Svakoj sastavnici $S_1 \equiv u'u''$ pripada pravac $\overline{T'T''}$.

Surednice njegove su

$$\xi = -\frac{u_1^2}{a}$$

$$\eta = \frac{u_1}{a}.$$

Digitized by Google

Za promjenljivo u_1 je prema tomu zamotaljka pravaca $\overline{T'T''}$ krivulja drugoga razreda i to parabola, kojoj je jednadžba u surednicama točaka

$$y^2 + 4ax = 0.$$

Sastavnici $\overline{TT'}$ opet pridruženo je težište T_1 pridruženoga mu trokuta; njegove surednice su

$$x_1 = -3au$$
$$y_1 = 6au^2.$$

Težišta trokuta pridruženih pravcima $\overline{T'T''}$ leže dakle na paraboli

$$x^2 + \frac{3}{2}ay = 0.$$

O presjecima kruga sa Descartesovim listom.

15. Parametre sijecišta kruga sa Descartesovim listom dobit ćemo, ako umetnemo iz 1) vrijednosti za x, y u jednadžbu kruga

$$x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + m^2 = 0.$$

Dobit ćemo na taj način jednadžbu šestoga stupnja glede u odgovarajući šesti sijecištama kruga sa Descartesovim listom, naime

$$m^2u^6 - 6a\beta u^5 + 3a(3a-2\alpha)u^4 - 2m^2u^3 + 3a(3a-2\beta)u^2 - 6a\alpha u + m^2 = 0 \quad (23)$$

Budući da već tri točke potpuno krug opredjeljuju, mora da postoje tri relacije medju parametrima sijecišta, iz kojih bismo znali proračunati parametre ostalih trijuh sijecišta. Ove relacije su

$$\Sigma u_1 - \Sigma u_1u_2 + \Sigma u_1u_2u_3 - \Sigma u_1u_2u_3u_4 + \Sigma u_1u_2u_3u_4u_5 = 0$$
$$\Sigma u_1u_2u_3 = 0$$
$$u_1u_2u_3u_4u_5u_6 = 1.$$

Ako hoćemo naći uvjet, kada četiri točke u_1, u_2, u_3, u_4 leže na krugu, treba da iz predjašnjih jednadžba eliminiramo $(u_5 + u_6)$, u_5 u_6 kao nepoznanice.

U slijedećem ćemo prihvatiti, da krug ide dvotočkom Descartesova lista t. j. ishodištem surednicâ. Bit će prema tomu

$$m^2 = 0,$$

Digitized by Google

dakle $u_5 = o$, $u_6 = \infty$. Jednadžba (23.) glasi u ovom slučaju

$$\beta u^4 + \left(\alpha - \frac{3a}{2}\right) u^3 + \left(\beta - \frac{3a}{2}\right) u + \alpha = o, \qquad (24)$$

te postoje, kako je poznato, relacije

$$\begin{aligned} \sum u_1 &= \frac{3a}{2\beta} - \frac{\alpha}{\beta} \\ \sum u_1 u_2 &= o \\ \sum u_1 u_2 u_3 &= \frac{3a}{a\beta} - 1 \\ \sum u_1 u_2 u_3 u_4 &= \frac{\alpha}{\beta}, \end{aligned} \qquad (25)$$

gdje se sbrojidba odnosi na korijene jednadžbe (24). Iz jednadžba predjašnjih slijedi

$$\begin{aligned} &\Sigma u_1 - \Sigma u_1 u_2 u_3 + \Sigma u_1 u_2 u_3 u_4 = 1 \\ &\Sigma u_1 u_2 = o. \end{aligned} \qquad (26)$$

Elimiramo li sad iz tih jednadžba točku u_4, i označimo li sa (u_h) kombinacije h-tog stupnja parametra točaka u_1, u_2, u_3, to ćemo naći:

$$\begin{vmatrix} 1 + (u)_1 - (u)_3, & 1 - (u)_2 + (u)_3 \\ (u)_2 & (u)_1 \end{vmatrix} = o,$$

ili

$$[(u)_1 + (u)_2] \cdot [1 + (u)_3] = (u)_1^2 + (u)_2^2. \qquad (27)$$

Ova jednadžba podaje uvjet, pod kojim tri točke Descartesova lista leže na krugu idućem kroz dvotočku lista.

16. Pitajmo sad, postoje li involutorne dvojine, koje sa točkom pridruženom leže na krugu idućem kroz dvotočku.

Jednadžba (27) prelazi radi (3) te (4) u

$$u^4 - 2u^3 - 2u + 1 = o.$$

Postoje dakle četiri točke u_h $(h = 1, 2, 3)$, koje sa pridruženima diralištima u'_h, u''_h leže na krugu idućem kroz dvotočku lista. Pošto parametri u_h tih točaka zadovoljavaju jednadžbama (26), slijedi, da ove *četiri točke* u_h *leže opet na krugu, koji ide kroz dvotočku Descartesova lista.*

Digitized by Google

17. Ako tražimo krug, koji ide involutornom dvojinom u'. u'' na Descartesovu listu i kroz njegovu dvotočku, to slijedi radi $u' + u'' = o$, $u'u'' = \frac{1}{u}$ iz jednadžba (25) za $u' \equiv u_1$, $u'' = u_2$,

$$u_1 + u_2 = \frac{3a}{2\beta} - \frac{\alpha}{\beta}$$

$$u_1 u_2 + \frac{1}{u} = o$$

$$\frac{u_1 + u_2}{u} = \frac{3a}{2\beta} - 1$$

$$\frac{u_1 u_2}{u} = \frac{\alpha}{\beta}.$$

Iz druge i četvrte jednadžbe slijedi

$$\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{1}{u^3}$$

a iz prve i treće jednadžbe dobivamo sa obzirom na prediduću jednadžbu

$$\beta = \frac{3au^3(u-1)}{2(u^3+1)}$$

po tom

$$\alpha = -\frac{3a(u-1)}{2(u^3+1)}$$

Ovo su surednice[1] traženoga kruga, kojega je polumjer

$$r = \frac{3a}{2} \cdot \frac{u-1}{u^3+1} \sqrt{u^4+1}$$

Geometrijsko mjesto središta krugovâ opisanih trokutima iz dvojinâ involucije kvadratne (3) na Descartesovu listu te njegove dvotočke je prema tomu racionalna krivulja trećega stupnja, koju obilježava vlastitost

$$(2\beta + y) + (2\alpha + x) = 3a.$$

[1] Izporedi: *dr. V. Varićak „Prilog teoriji Descartesova lista“.* Rad CIV. pg. 111.

Digitized by Google

Harmonijske točke na Descartesovu listu.

18. Svaki krug idući dvotočkom Descartesova lista presijeca taj list osim u dvotočki još u četirima točkama, kojih parametre dobivamo iz jednadžbe (24).

Nu četiri točke, kojih parametri su koreni bikvadratne jednadžbe

$$A_0u^4 + 4A_1u^3 + 6A_2u^2 + 4A_3u + A_4 = 0$$

jesu harmonijske[1], ako valja

$$\begin{vmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ A_2 & A_3 & A_4 \end{vmatrix} = 0.$$

U našem slučaju je

$$A_0 = \beta, \qquad A = \frac{\alpha}{4} - \frac{3a}{8} \qquad A_2 = 0$$

$$A_3 = \frac{\beta}{4} - \frac{3a}{8}, \qquad A_4 = \alpha,$$

dakle je uvjet harmoničnosti sijecišta lista Descartesa s krugom, idućim kroz dvotočku lista, neuvaživ sijecišta u dvotočki, koja su svima ovakim krugovima zajednička:

$$\begin{vmatrix} \beta & \frac{\alpha}{4} - \frac{3}{8}a & 0 \\ \frac{\alpha}{4} - \frac{3}{8}a & 0 & \frac{\beta}{4} - \frac{3}{8}a \\ 0 & \frac{\beta}{4} - \frac{3}{8}a & \alpha \end{vmatrix},$$

ili izvedeno

$$\beta\left(\frac{\beta}{4} - \frac{3}{8}a\right)^2 + \alpha\left(\frac{\alpha}{4} - \frac{3}{8}a\right)^2 = 0.$$

[1] *Dr. H. Durege: Ebene Curven dritter Ordnung* 1871. Teubner. Leipzig pg. 22.

Digitized by Google

Stavimo li

$$\alpha - \frac{3}{2}a = \xi$$

$$\beta - \frac{3}{2}a = \eta$$

prijeći će gornja jednadžba u

$$\xi^3 + \eta^3 + \frac{3}{2}a(\xi^2 + \eta^2) = 0.$$

Geometrijsko mjesto središta krugovâ, koji idu dvotočkom Descartesova lista i taj list u harmonijskim točkama presijecaju, jest dakle krivulja istovjetna sa geometrijskim mjestom središta krugovâ (28), koji idu dvotočkom lista i involutornom dvojinom.

Ekvianharmonijske točke na Descartesovu listu.

19. Krug idući dvotočkom lista presijeca taj list u ekvianharmonijskoj skupini točaka, ako valja[1]

$$A_0A_4 + 3A_2^2 = 4A_1A_3.$$

Umetnemo li amo vrijednosti za A iz predjašnjeg članka, dobit ćemo

$$\alpha\beta = 4\left(\frac{\alpha}{4} - \frac{3}{8}a\right)\left(\frac{\beta}{4} - \frac{3}{8}a\right).$$

Za

$$\alpha = \xi + \frac{a}{2}$$

$$\beta = \eta + \frac{a}{2}$$

prelazi ova jednadžba u

$$\xi\eta = a^2.$$

[1] *Dr. H. Durège: „Ebene Curven dritter Ordnung"* 1871. Teubner. Leipzig pg. 25.

Digitized by Google

Geometrijsko mjesto središta krugovâ, koje idu dvotočkom Descartesova lista i taj list u ekvianharmonijskim točkama presijecaju, jest dakle hiperbola, koja ima asimptote istosmjerne sa tangentama dvotočke lista.

Krug kroz involutornu dvojinu te dvotočku lista.

20. Sad ćemo još neke resultate posveobčiti. Budi zadana na listu kvadratna involucija točaka sa jednadžbom

$$l(u_1 + u_2) + mu_1u_2 + n = o. \qquad (29)$$

Izlučimo li iz sastavnice točaka u_1, u_2 (član. 3) $\overline{u_1 + u_2}$, dobit ćemo

$$(lu_1^2u_2^2 + mu_1u_2 + n)x + (l + mu_1^2u_1^2 + nu_1u_1)y + 3alu_1u_2 = o$$

ili

$$(lx + my)u_1^2u_2^2 + (mx + ny + 3al)u_1u_2 + (nx + ly) = o.$$

Stavimo li diskriminant ove jednadžbeglede $\overline{u_1u_2}$ jednak ništici, dobit ćemo jednadžbu krivulje, koju sastavnice dvojinâ involucije omotavaju, naime

$$(mx + ny + 3al)^2 - 4(lx + my)(nx + ly) = o.$$

To je jednadžba spomenute *Weyr-Cayley-a* čunjosječice.

Za $m = n = o$ dobivamo jednadžbu čl. 3.

21. Jednadžba kruga idućega dvotočkom lista i njegovima dvima točkama u_1, u_2 glasi, ako rabimo prikratak

$$u_1 + u_2 = \lambda, \quad u_1u_2 = \mu,$$

$$x^2 + y^2 - 3a\frac{-\lambda + \lambda^2 - \mu + \mu^2}{1 + \lambda^3 - 3\lambda\mu + \mu^3}\mu x + 3a\frac{-1 + \lambda\mu - \lambda^2 + \mu}{1 + \lambda^3 - 3\lambda\mu + \mu^3}y = o. \qquad (30)$$

Stvaraju li točke u_1u_2 dvojine kvadratne involucije zadane sa

$$l\lambda + m\mu + n = o \qquad (31)$$

Digitized by Google

to možemo λ pomoću μ linearno izraziti ili obratno. Jesu li α, β surednice središta toga kruga, to je

$$\alpha = \frac{3a}{2}\frac{(-\lambda-\mu+\lambda^2+\mu^2)\mu}{1-3\lambda\mu+\lambda^3+\mu^3}$$
$$\beta = -\frac{3a}{2}\frac{-1+\mu+\lambda\mu-\lambda^2}{1-3\lambda\mu+\lambda^3+\mu^3}, \qquad (32)$$

a radi linearne ovisnosti veličine λ o veličini μ slijedi, da je ***mjesto središta krugovâ opisanih trokutu iz dvojine involutorne te dvotočke racionalna krivulja trećega stupnja.***

22. U posebnom slučaju, gdje imademo

$$m = o, \quad n = o,$$

dakle $\lambda = o$, dobivamo, pišemo li $\mu = \frac{1}{u}$

$$\alpha = -\frac{3a}{2}\frac{u-1}{1+u^3}$$
$$\beta = \frac{3a}{2}\frac{u^2(u-1)}{1+u^3}$$

kao u čl. 17. ako za

23. U slučaju

$$u_1 u_2 = \mu = -1$$

imademo kvadratnu centralnu involuciju na Descartesovu listu. Sastavnice $u_1 u_2$ dvojinâ involucije sijeku se na Descartesovu listu u točki $u_3 = o$, dakle u točki ležećoj na osi simetrije lista. Ovo slijedi već iz

$$u_1 u_2 u_3 = -1 \quad \text{te} \quad u_1 u_2 = -1,$$

nu dobili bismo isto iz jednadžbe sastavnice $\overline{u_1\ u_2}$ u čl. 3.

Pojedine dvojine kvadratne involucije projiciraju se iz dvotočke pod pravim kutom.

Krug idući dvojinom involucije te dvotočkom lista ima daljinu $\overline{u_1\ u_2}$ za promjer i razpolovište od $\overline{u_1\ u_2}$ za svoje središte.

Digitized by Google

Prema tomu bismo mogli neposredno proračunati surednice α_1, β_1 toga središta, nu dobivamo ih iz jednadžbe (32) za $\mu = -1$, naime

$$\alpha_1 = -\frac{3a}{2}\frac{2-\lambda+\lambda^2}{3\lambda+\lambda^3}$$
$$\beta_1 = \frac{3a}{2}\frac{2+\lambda+\lambda^2}{3\lambda+\lambda^3} \qquad (33)$$

Dakle je mjesto središta ovakih krugovâ racionalna krivulja trećega stepena; njezinu ćemo jednadžbu u obliku $f(\alpha_1, \beta_1) = o$ naći, ako iz jednadžba (33) parametar λ eliminiramo. Najprije imamo zbrojidbom jednadžaba (33)

$$\frac{1}{3a}(\alpha_1 + \beta_1) = \frac{1}{3+\lambda^2}$$

ili

$$\frac{\alpha_1+\beta_1}{3a-\alpha_1-\beta_1} = \frac{1}{2+\lambda^2} \qquad (34)$$

iz čega

$$\lambda^2 = \frac{3(a-\alpha_1-\beta_1)}{\alpha_1+\beta_2}. \qquad (35)$$

Diobom jednadžba (33) dobivamo

$$\frac{\beta_1}{\alpha_1} = \frac{2+\lambda+\lambda^2}{-2+\lambda-\lambda^2}$$

dakle

$$\frac{\beta_1-\alpha_1}{\beta_1+\alpha_1} = \frac{2+\lambda^2}{\lambda}. \qquad (36)$$

Množidbom jednadžaba (34) i (36) dobivamo:

$$\lambda = \frac{\alpha_1+\beta_1-3a}{\alpha_1-\beta_1}.$$

Umetnemo li sad vrijednost za λ u jednadžbu (35), naći ćemo:

$$(\alpha_1+\beta_1-3a)^2(\alpha_1+\beta_1)+3(\alpha_1+\beta_1-a)(\alpha_1-\beta_1)^2 = o,$$

iz koje jednadžbe upoznajemo, da ta krivulja ima dvotočku u sjecištu pravaca

$$\alpha_1+\beta_1-3a = o$$
$$\alpha_1-\beta_1 \quad = o,$$

Digitized by Google

dakle u točki lista Descartesova odgovarajućoj parametru $u = 1$, prva jednadžba daje tangentu Descartesova lista u točki $u = 1$, druga jednadžba os simetrije lista. Mogli bismo uzeti prvi pravac za os ordinatâ, drugi pravac za os apscisâ, te bismo dobili

$$y = x \sqrt{-\frac{x + 3a}{x + a}}.$$

za jednadžbu geometrijskog mjesta središta krugovâ idućih dvotočkom lista, te dvojinom kvadratne involucije točaka na Descartesovom listu u_1, u_2 odredjenom jednadžbom $u_1 u_2 = 1$.

Digitized by Google

Prilog teoriji čunjosječica.

Čitao u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 29. siečnja 1894.

PRAVI ČLAN DR. K. ZAHRADNIK.

Surednice koje god točke M čunjosječice

$$y^2 = 2px - qx^2 \tag{1}$$

možemo izraziti pomoću racionalnog parametra u jednadžbama

$$\begin{aligned} x &= \frac{2p}{u^2+q} \\ y &= \frac{2pu}{u^2+q}, \end{aligned} \tag{2}$$

gdje, kao što je poznato, znači:

$$u = tg\, MOX.$$

Tangenta čunjosječice, u točki M ima jednadžbu

$$2uy - (u^2-q)x = 2p,$$

te presijeca tangentu vrha A, koji je dijametralan ishodištu O, u točki M. Surednice iste točke jesu:

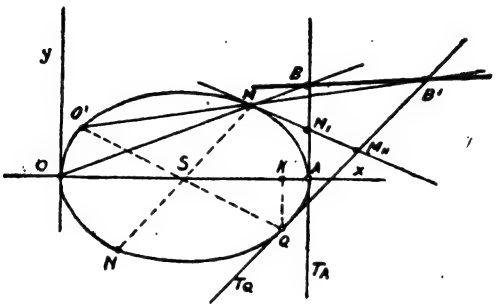
$$\begin{aligned} x_1 &= 2\,\frac{p}{q} \\ y_1 &= \frac{p}{q}\,u; \end{aligned} \tag{3}$$

Digitized by Google

provodnica OM točke M presijeca tangentu vrha A u točki B, kojoj su surednice

$$x' = \frac{2p}{q}$$
$$y' = \frac{2p}{q}\, u. \qquad (4)$$

S toga je točka M_1 razpolovište (lik 1) daljine AB; a iz toga slijedi ova konstrukcija tangente čunjosječice sa središtem u konačnosti.



Potegni iz središta S čunjosječice istosmjernicu sa provodnicom OM točke M; ta provodnica presijeca vršnu tangentu dijametralne točke ishodišta u točki M_1. Sastavnica MM_1 je tražena tangenta.

2. Nu ako uzmemo koju god točku O' čunjosječice za ishodište surednicâ, promjer ovom točkom idući za os X, tangentu ishodišta za os Y, to je oblik jednadžbe čunjosječice isti, parametar u je u ovom slučaju dijeljiv omjer (Theilverhältniss) traka OM prema osima surednicâ, naime

$$u = \frac{\sin(XOM)}{\sin(MOY)}.$$

Pošto i jednadžbe (3) i (4) ne mijenjaju svoga oblika, slijedí konstrukcija tangente točke M čunjosječice: *Sastavnica $O'M$ presijeca tangentu dijametralne točke Q točki O' u B'. Razpolovište M' daljine $A'B'$ sastavljeno sa točkom M jest tangentom točke M.*

Resultat (3) i (4) visi samo o veličini glavne osi, pa s toga možemo kazati: Zadan budi svezak čunjosječica zajedničkom glavnom osi OA. Krajnom točkom O ove osi potegnimo trak, koji pojedine čunjosječice svezka u točkah $M^{(r)}$ presijeca, te tangentu drugog zajedničkog vrha A u točki B. Sastavnice raspolovišta M daljine AB sa točkama $M^{(r)}$ jesu tangente na pojedine čunjosječice svezka čunjosječica.

Digitized by Google

3. Budi opet OA glavna os, T_A tangenta vrha A, O ishodište surednica, OA os X pravokutnog sustava surednica (lik 1). Dalje budi $O'Q$ neki promjer čunjosječice, TQ tangenta u točki Q. Projicirajmo točku M čunjosječice zadane iz točaka O, O' na tangente T_A odnosno T_Q. Neka su B, odnosno B' dotične projekcije. Prema članku predjašnjemu leže raspolovišta M', daljine QB' odgovarajućih točkam O' (uzev O' kao promjenljivo na čunjosječici) na pravcu, koji se dotiče zadane čunjosječice u točki M.

Uzmemo li obratno točke O, O' kao čvrste na temeljnoj čunjosječici, te točku M za promjenljivu, dobit ćemo za svaku točku M dvije točke B, B' prvu na T_A, drugu na T_Q. Za promjenljivo M omotavaju sastavnice $\overline{BB'}$ čunjosječicu, koja se dotiče tangenata T_A, T_Q.

Ovo se dade lako sintetički dokazati: Projiciramo li iz vrha O čunjosječice njene točke na tangentu T_A, dobivamo red točaka (B). Slično dobivamo red točaka (B') projekcijom točaka čunjosječice iz njezine točke O' na tangentu T_Q dijametralne točke Q sa O'. Ta dva reda su projektivna. Izadjemo li od točke B na T_A, potegnimo OB, tim ćemo dobiti točku M na čunjosječici te $O'M$ odredjuje na T_Q pridruženu točku B', i obratno od točke B' jednoznačno dolazimo na točku B. Točke B, B' pravaca T_A, T_Q su tim u jedno-jednoznačnoj t. j. projektivnoj srodnosti, tim dobivamo dva projektivna reda (B), (B'), a njihov proizvod je čunjosječica koja tiče spojnice (Träger) tih redova. Da nisu ta dva reda točaka perspektivna, slijedi već odatle, što se u presjecištu njihovom ne nalazi dvojina pridruženih točaka.

Nu možemo i analitički jednostavan dokaz podati. Neka je t parametar točke O zadane čunjosječice i x, y njezine surednice. Parametar v točke Q dijametralne točki O' slijedi iz relacije

$$tv = -q$$

naime

$$v = -\frac{q}{t}.$$

Označimo li sa x', y' surednice točke Q, biti će prema tomu

$$x' = \frac{2pt^2}{q(t^2+q)}$$
$$y' = -\frac{2pt^3}{t^2+q} \qquad (5)$$

Digitized by Google

koje bi jednadžbe i geometrijski dobili, jer je

$$x' = OA - KA = 2\frac{p}{q} - x$$
$$y' = QK = -y.$$

Iz ovih jednadžba slijedi opet

$$\frac{y'}{x'} = v = \frac{2\frac{p}{q} - x}{-y} = -\frac{q}{t}$$

kao prije. Jednadžba tangente T_Q točke Q glasi:

$$2qty + q(q - t^2)x = -2pt^2 \tag{6}$$

te jednadžba sastavnice[1] $\overline{O'M}$ je

$$(t + u)y - (tu - q)x = 2p. \tag{7}$$

Tangenta T_Q presijeca sastavnicu $\overline{O'M}$ u točki B', kojoj su surednice

$$x = \frac{2pt(2q + t^2 + tu)}{q(t^2 + q)(t - u)}$$
$$y = \frac{2p(-q^2 + t^2u)}{q(t^2 + q)(t - u)}. \tag{8}$$

Za surednice ξ, η sastavnice $\overline{BB'}$ dobivamo

$$\xi = \frac{-q^3 + q(t^2 + q)u^2 - q^2tu}{2p(q + tu)^2}$$
$$\eta = \frac{-q[q(u + t) + 2ut^2]}{2p(q + tu)^2}. \tag{9}$$

[1] Iz jednačbe (7) slijedi, da su točke t i u čunjosječice simetrijske prema osi X, ako je $t + u = o$; ove točke su simetrijske prema osi Y, ako valja $tu = q$. Iz ovih uvjeta simetrije prema osima slijedi uvjet za simetriju točaka prema središtu čunjosječice t. j. uvjet dijametralnosti dvijuh točaka čunjosječice.

Digitized by Google

Uzmimo sad, da je u promjenljivo, t. j. da točka M mijenja svoj položaj po čunjosječici zadanoj, onda omotava sastavnica $\overline{BB'}$ krivulju, koja je, kako je već iz jednačaba (9) uvidljivo, 2 ga razreda, te je jednadžbama (9) predočena u surednicama tangencijalnim.

Njezina jednadžba u pravokutnim surednicama točaka je

$$[qtx+(q+2t^2)y-4pt]^2+4[q(t^2+q)x+2pt^3].(qx+ty-2p)=o. \quad (10)$$

Iz ove jednadžbe upoznajemo, da neovisno o položaju točke O' na zadanoj čunjosječici ta zamotaljka ishodištem surednica (vrhom O) prolazi, te da tiče provodnicu $\overline{OA'}$ točke A' dijametralne točki O' u ishodištu surednica O. Točkom O' t. j. parametrom t je već čunjosječica (10) odredjena. Četirima točkama t_1, t_2, t_3, t_4 na čunjosječici temeljnoj pripadaju četiri čunjosječice (10), koje se sijeku u točki O pod istim dvojemjerom, koji tim točkama pripada, naime jednakim (t_1, t_2, t_3, t_4).

5. Svima točkama temeljne čunjosječice odgovara red čunjosječicâ, kojih je zamotaljka krivulja dvanajstoga stupnja.

Svakom točkom ravnine idu četiri čunjosječice (20), pripadajuće parametrima t_1, t_2, t_3, t_4, dakle četirima točkama na temeljnoj čunjosječici. Ako tražimo mjesto točaka (x, y), kojih čunjosječice pripadaju točkama na temeljnoj čunjosječici te vlastitosti, da se iz ishodišta u harmonijskim svezcima trakova projiciraju, ili što na isto dolazi, da se te četiri čunjosječice u ishodištu harmonijski presijecaju, poredajmo jednadžbu (10) po parametru t:

$$A_0t^4+4A_1t^3+6A_2t^2+4A_3t+A_4=o. \quad (11)$$

Uvjet harmoničnosti[1] je

$$\begin{vmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ A_2 & A_3 & A_4 \end{vmatrix} = o.$$

pošto su A_h funkcije drugoga stepena glede x, y, to je traženo geometrijsko mjesto krivulja šestoga stupnja.[2]

[1] Dr. *H. Durège: Ebene Curven dritter Ordnung* 1871. Leipzig pg. 25, ili *Cremona-Weyr: Uvod do geometrické theorie křivek rovinných* Praha 1873. pg. 32.

[2] L. c. pg. 25, te pg. 33.

Digitized by Google

6. Ako bi koeficienti jednadžbe (11) zadovoljavali uvjetu

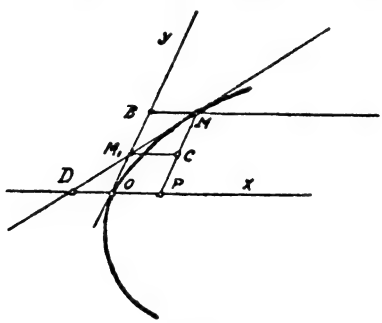
$$A_0 A_4 + 3A_3^2 = 4A_1 A_3 \qquad (12)$$

stvarale bi čunjosječice iduće točkom *(xy)* skupine u gore navedenom smislu ekvianharmonijske, te iz jednadžbe (12) neposredno proizlazi, da je geometrijsko mjesto ovakih točaka *(xy)* krivulja četvrtog stupnja.

7. Iz jednadžbe (8) slijedi opet, da je mjesto točaka B' za stalno M, i promjenljivo O' racionalna krivulja trećega stupnja, imajući tri asimptote realne u slučaju, da je temeljna čunjosječica hiperbola a jednu realnu te dvije imaginarne, ako je temeljna čunjosječica elipsa. Ubježne točke spomenute racionalne krivulje trećega stupnja odgovaraju točki M, te ubježnim točkama temeljne čunjosječice.

8. Za parabolu valja ista konstrukcija tangente, samo treba imati na umu, da je središte parabole neizmjerno udaljeno, te da su svi promjeri parabole istosmjerni.

Je li od parabole zadana točka O, promjer točkom O idući i tangenta iste točke i još točka M na paraboli, potegnimo, ako hoćemo tangentu točke M konstruirati, kroz istu točku istosmjernicu sa promjerom OX, koji tangentu OY točke O siječe u točki B. (lik 2). Sastavnica $M_1 M$ raspolovišta M_1 daljine OB sa točkom M jest tražena tangenta. Pošto je $DO = OP$ radi $OM_1 = PC = CM$ upoznajemo, u kojem odnošaju je ova konstrukcija sa konstrukcijom pomoću subtangente.



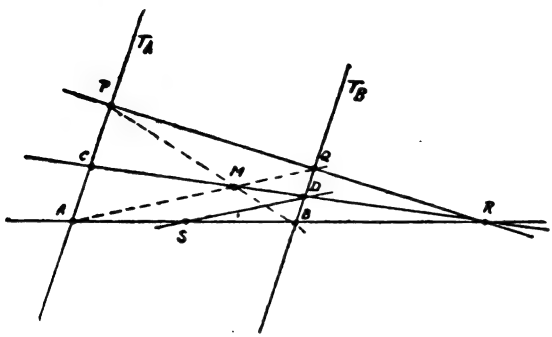
lik 2.

9 Mogli bismo dobiti navedenu konstrukciju tangente u točki M čunjosječice iz Pascalova stavka, uzev, da za čunjosječicu znademo točku M_1 i dvije istosmjerne tangente sa diralištima. Imademo sad Pascalov šestokutnik $AABBMM$, (lik 3., v. str. 69 [7]), gdje je na primjer $\overline{AA}$ zadana tangenta T_A sa diralištem A. Po schematu

$$\left.\begin{array}{lll} T_A \,.\,. & \overline{BM} \,,\,. & P \\ \overline{AB} & \overline{MM} & \\ T_B & \overline{MA} & Q \end{array}\right\} \Pi$$

Digitized by Google

nadjemo točku $T_A \,.\, \overline{BA} \equiv P$, $T_B \,.\, \overline{MA} \equiv Q$; sastavnica $\overline{PQ}$ je Pascalov pravac šestokutnika $AABBMM$ upisanoga čunjosječici.



lik 3.

Sastavnica točke $R \equiv \overline{AB} \,.\, \overline{PQ}$ sa točkom M daje traženu tangentu. Radi $T_A \parallel T_B$ raspolavlja MR daljinu $\overline{AP}$ u točki C, $\overline{BQ}$ u točki D. Raspolovište S od promjera AB je središte čunjosječice, te valja kao prije $SD \parallel AM$, $DM = T_M$.

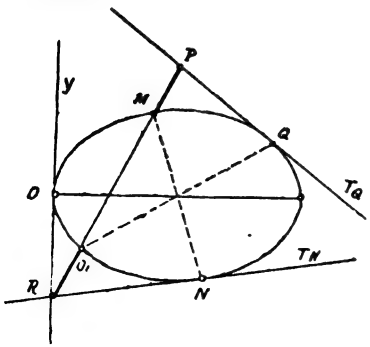
Nova vlastitost čunjosječice.

10. Neka su $O'Q$, MN dva promjera čunjosječice, sastavnica $\overline{O'M}$ presijeca tangente dijametralnih točaka Q, N u točkama P, R i to tako da je

$$RQ = MP.$$

Ovo dokažemo tim, kad pokažemo jednakost pravokutnih projekcija tih segmenata u os X.

Neka su u, t parametri točaka M, O', (lik 4.) parametar točke Q dijametralne točki O' jednak je $-\frac{q}{t}$, tim su surednice točke P, (gledaj čl. 3. jednadžbe 6, 7, 8)



lik 4.

$$x = \frac{2pt(2q + t^2 + tu)}{q(t^2 + q)(t - u)}$$
$$y = \frac{2p(-q^2 + t^2u)}{q(t^2 + q)(t - u)} \qquad (8')$$

i surednice točke R dobit ćemo, zamijenimo li u (8') t za u, dakle

Digitized by Google

$$x = \frac{2pu\,(2q+u^2+tu)}{q\,(u^2+q)\,(u-t)}$$
$$y = \frac{2p\,(-q^2+ut^2)}{q\,(u^2+q)\,(u-t)}. \qquad (13)$$

Projekcija segmenta $\overline{MP}$ u os X jednaka je razlici apscisa točaka P i M, dakle je

$$\frac{2pt\,(2q+t^2+tu)}{q\,(t^2+q)\,(t-u)} - \frac{2pu}{u^2+q}$$

ili

$$\frac{2p}{q(t-u)} + \frac{2pt\,(tu+q)}{q\,(t^2+q)\,(t-u)} - \frac{2p}{u^2+q}$$

Na isti način dobivamo za pravokutnu projekciju segmenta RO' u os X

$$\frac{2p}{t^2+q} - \frac{2pu}{q\,(u-t)} - \frac{2pu\,(tu+q)}{q(u^2+q)\,(u-t)}.$$

Ove projekcije u os X jednake su, jer je

$$\frac{2pt}{q(t-u)} + \frac{2pt\,(tu+q)}{q\,(t^2+q)\,(t-u)} - \frac{2p}{t^2+q} \equiv \frac{2p}{t^2+q} +$$
$$+ \frac{2pu}{q\,(t-u)} + \frac{2pu\,(tu+q)}{q(u^2+q)\,(t-u)}$$

ili prikrativ sa $\frac{2p}{2(t-u)}$:

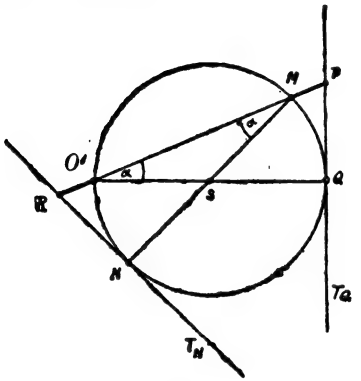
$$1 + \frac{t^2u^2-q^2}{(t^2+q)\,(u^2+q)} - q\,\frac{t^2+u^2-2q}{(t^2+q)\,(u^2-q)} \equiv 0,$$

tim je i dokazano, da je

$$MP = RQ.$$

Digitized by Google

11. U slučaju elipse mogli bismo mnogo jednostavnije ovu vlastitost dokazati. Projicirajmo paralelno elipsu u krug. Lik (4) prijeći će u lik (5), gdje smo istu oznaku, kao što je u liku (4), pridržali. Pošto je



lik 5.

$$\Delta\, O'QP \overline{\sim} \Delta\, MNR,$$

jer su to dva trokuta pravokutna, te $O'Q = MN$, $NMR = PO'Q$ s toga je

$$RM = O'P$$

zato i

$$MP = RQ.$$

Budući da gornja relacija valja za krug, te se paralelnom projekcijom ne mijenja, valja ona i za elipsu.

Digitized by Google

Klima grada Zagreba.

Čitao u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 24. ožujka 1897.

ČLAN DOPISNIK PROF. DR. A. MOHOROVIČIĆ.

Uvod.

1. Prvi, koji je nastojao, koliko je meni poznato, da se u Hrvatskoj ustroji koja meteorologijska postaja, bio je Danijel pl. Stanisavljević, c. kr. financijalni savjetnik u Zagrebu.

Da svoju nakanu izvede, umoli pismom od 4. prosinca g. 1849. c. kr. akademiju znanosti u Beču, koja je do onda još nadzirala meteorologijska opažanja monarkije, da bi ustrojila nekoliko meteorologijskih postaja u Hrvatskoj i Slavoniji, a sam se ponudi, da će preuzeti motrenje u Zagrebu. Pismom od 15. siječnja g. 1850. odgovori mu akademija, da otklanja njegovu ponudu, jer da je vlada odredila, da telegrafijske postaje preuzmu opažanja, te da će se opažanja u Zagrebu povjeriti tamošnjoj telegrafijskoj postaji.

Medjutim se je god. 1850. i 1851., uredio u Beču novi c. kr. meteorologijski zavod, a ravnatelj zavoda g. Jelinek umoli Stanisavljevića pismom od 11. prosinca 1851. da preuzme opažanja u Zagrebu.

Pismom od 15. prosinca g. 1851. primi Stanisavljević s veseljem tu ponudu, i ujedno javi, da će tražiti i druge osobe, koje bi htjele opažati u drugim mjestima Hrvatske i Slavonije. Tako javlja c. kr. centrali pismom od 26. kolovoza g. 1852., da su se odazvala njegovoj molbi slijedeća gospoda: dr. Rinaldi na Rijeci, dr. Zelenkaj u Maljevcu, kapetan Sasić, predstojnik c. kr. vojničke škole kod Karlovca, i dr. Pavić u Požegi, te moli da bi poslala centrala njemu i pomenutoj četvorici potrebite instrumente.

Koncem siječnja god. 1853. dobije Stanisavljević iz Beča barometar (Kappeller br. 55) i dva termometra (br. 60) u dobrom

Digitized by Google

stanju, ali tekar u listopadu počne opažati, jer nije mogao naći spretna lokala za opažanje. Mjesto, na kojem je opažao, nalazilo se u gornjem gradu, u dvorištu narodnog muzeja (sadanjoj zgradi kr. stola sedmorice). O tom piše on centrali slijedeće: „Erst vor kurzem gelang es mir, in dem hiesigen, in der Oberstadt, knapp neben dem Amtsgebäude, wo ich mich befinde, gelegenen Nationalmuseum, ein Zimmer zu meiner Disposition zu erhalten, dessen Fenster vollkommen gegen Norden gelegen, gegen Osten durch ein Seitenflügel des Gebäudes, gegen Westen aber durch ein etwa 10° davon abstehendes Gebäude derart gegen die Sonnenstrahlen geschützt ist, dass sich dasselbe fortwährend im Schatten befindet. Das Barometer ist 2° 1′ über dem Erdboden aufgehängt, während sich das Psychrometer in derselben Höhe vor dem Fenster in der Freiluft befindet".

Kada je Stanisavljević prestao opažati, nije mi poznato, jer ne mogu nigdje naći njegovih opažanja; ni c. kr. centrala ni naš observatorij ih ne imaju, a da je zaista opažao, ima i danas pouzdanih svjedoka.

Absolutna visina dvorišta bivšeg narodnog muzeja iznaša 162 metra, a prema tome visina barometra 166 metara.

2. Iza kako je Stanisavljević, valjda g. 1855. ili 1856. prestao opažati, nukao je ravnatelj (sadanje) gornjo-gradske gimnazije Premrù pojedine profesore, da nastave ta opažanja, ali nije našao odziva, dok nije profesor Antun Zeithammer stvar potaknuo u sjednici učiteljskoga zbora.

Pismom od 17. studenoga 1856. zamoli Zeithammer c. kr. centralu za potrebite instrumente, i javi, da će mu pomagati profesori Kiseljak, Tkalec, Matunci i Macun.

Pošto nije mogao dobiti iz Beča do 1. siječnja potrebitih instrumenata, počeo je opažati 1. siječnja g. 1857. jednim zavodskim barometrom od Kappellera (koji se još i sada nalazi u fizikalnom kabinetu gimnazije). Termometri i kućica za termometre bili su isti, koje je rabio prije Stanisavljević, a kišomjer je dobio 14. siječnja iz Beča. Novi barometar (Lenoir br. 682) dobio je kasnije, ali ga nije rabio kod opažanja.

Zeithammer je opažao sam od 1. siječnja g. 1857. do svojega odlazka iz Zagreba 30. lipnja 1859., samo u rujnu 1858. zamijenio ga je profesor Kiseljak. Original tih opažanja nalazi se kod c. kr. centrale u Beču. Opažanja su potpuna, samo manjkaju opažanja oborine za prvih 13 dana god. 1857.

Digitized by Google

Postaja se je nalazila u prvom katu gimnazije, u sobi prema dvorištu, kod stuba, koje vode iz dvorišta u gornje katove. Kišomjer je bio u dvorištu med gimnazijom i crkvom sv. Katarine, valjda u visini od 2 met. Absolutna visina dvorišta je 154 met.

Osnutak današnjeg observatorija imamo da zahvalimo našemu predsjedniku g. Torbaru i g. profesoru I. Stožiru, koji je nastavio prekinuta opažanja dne 1. prosinca g. 1861. te ih vodio savjesno i ustrajno do konca god. 1891.

O instrumentima, što su rabili od god. 1861. do danas, govoriti ću na pose u dotičnim poglavljima.

Postaja bila je od 1. prosinca 1861. do konca godine 1864. u prvom katu realke (Grič br. 3) na sjevernom krilu prema Kapucinskom trgu. Termometri bijahu u običnoj kućici od lima po modelu bečke centrale. Kišomjer nalazio se je u dvorištu realke u absolutnoj visini od 156·5 met. (Vidi plan situacije.) Sjeverno krilo realke imalo je do god. 1864. dva kata, a južno bilo je prizemno. Godine 1864. rekonstruirana je zgrada tako, da je postala sve naokolo dvokatna. Fizikalni kabinet prenesen je tada u prvi kat južnoga krila u sobu, gdje se sada nalazi observatorij. Kućica sa termometrima smještena je u istoj visini nad zemljom na sjevernoj strani južne fronte na predposljednji prozor. Barometar je bio kod istoga prozora, a kišomjer u dvorištu pomaknut je 1. rujna kakova 3 metra prema sjeveru, skoro u središte dvorišta, tik do puta što vodi kroz dvorište u zgradu. Na tom je mjestu ostao do danas.

Godine 1871. preneseni su termometri i barometar od predposljednjega prozora prama Griču na posljednji i postavljeni u kućicu sa drvenim žaluzijama, u kojoj se nalaze i sada. Ni absolutna visina instrumenata ni relativna prama zemlji nije se mijenjala do danas.

Prigodom trijangulacije austro-ugarske monarkije ustanovljena je visina žive u posudici barometra na 162·4 metra nad Jadranskim morem.

Stožirova je vruća želja bila, da se jednostavna postaja pretvori u observatorij providjen registrujućim instrumentima, ali ma koliko se je sam trudio da izmoli potrebita sredstva, podje mu to za rukom tekar iza kako je kr. ugarski centralni meteorologijski zavod u Budimpešti podupro njegovu molbu. Vis. kr. zem. vlada nabavi u godinama 1876—1879. jedan barograf i jedan termograf od Hippa u Neuchatelu, zatim jedan anemograf (sistema Moritz-

Digitized by Google

Osnaghi) od Schäfflera u Beču. Ova tri instrumenta registriraju od 1. siječnja 1880. svakih 10 minuta tlak zraka, temperaturu i smjer vjetra. Posebna ura (od Schneidera u Beču) šalje svakih 10 minuta električnu struju u svaki od tih instrumenata, a sama bilježi ujedno brzinu vjetra. Godine 1888. nabavljena su dva heliografa (sunshine recorder) Maurerova sistema, te imamo bilješke o insolaciji od 1. siječnja 1889.

Kada je godine 1892. pisac ovih redaka preuzeo observatorij, nastojao je da nabavi duplikate svih instrumenata, jedno da zamijeni stare istrošene instrumente, koji ni ne odgovaraju više zahtjevima znanosti, drugo da observatorij ne ostane ni časa bez opažanja. Tako bilježi od 1. siječnja 1892. higrograf sa vlasima od Richard-Fréres-a u Parizu, od 1. siječnja g. 1894. ombrograf od Usteri-Reinachera, a od 1. siječnja 1896. barograf (aneroid veliki model) i termograf od Richarda.

Na planu situacije observatorija (Sl. 1) označena je kućica sa termometrima kod A u visini od 6 met nad zemljom. Obični je kišomjer kod K_1, a registrujući kod K_r. Do godine 1864. bio je kišomjer kod K_2. Mjerilo plana je 1 m. = 2 mm.

I. DIO.

Oborine.

Pod oborinom razumijevam kišu, snijeg, tuču, inje, rosu i mraz, u koliko se je mjerilo.

A. Instrumenti i način opažanja.

1. Prvi kišomjeri, što su se rabili u Zagrebu, bijahu prizmatična oblika sa otvorom od 1′□ pariške, a od god. 1861. do 1870. rabio se je cilindričan kišomjer sa otvorom od 1′□ pariške. Od god. 1871. služi kišomjer sa otvorom od 0·1 m.² Kišomjeri bijahu uvijek tako namješteni, da im je bio otvor 2·0 met. nad zemljom. Zeithammerov kišomjer bio je 2·5 met ispod niveau-a današnjega kišomjera.

2. Množina oborine bilježila se je do konca 1869. u pariškim linijama, a od onda u milimetrima. Točnost, kojom se je bilježilo, bila je iz početka 0·01‴, a kasnije 0·1 mm.

3. Da li je Zeithammer korigovao množinu oborine poradi ishlapljivanja vode u kišomjeru i poradi one množine vode, što pre-

Digitized by Google

ostane u njemu iza kako se izlije voda u posudu za mjerenje, nije mi poznato. Ta korekcija iznaša kod nas oko 10 mm. na godinu, Ako nije korigovao, bit će izmjerene godišnje množine oborine za kakovih 10. mm premalene. Bojeći se dvostruke korekcije unesao sam mjesečne množine oborine u tab. a.) nepromijenjene iz dnevnika.

Od god. 1861. korigovane su sve u dnevnik unesene množine oborine odmah iza svakoga pojedinoga mjerenja.

Oborina mjerena je svaki put u 7 h. u jutro, a kod jačih oborina mjerena je po više puta na dan.

B. Dobrota opažanja.

1. Dobrota opažanja stoji do inteligencije i savjesnosti motritelja. U tom sam pogledu glede opažanja od god. 1862. potpunoma na čistu. Tko samo pozna gosp. profesora Stožira, moći će uzeti njegova opažanja bez ikakova straha kao izvrsna. Imademo još dva načina kako da se uvjerimo o dobroti opažanja: ili prispodobimo opažanja pojedinih godina medju sobom, ili prispodobimo zagrebačka opažanja sa opažanjima susjednih postaja.

Prigodom takovog prispodabljanja mogu se pokazati dvije okolnosti, koje umanjuju vrijednost opažanja, tako da se moraju opažanja prije porabe znatno korigovati, a to su: ili su opažanja nemarno vodjena ili se okoliš ombrometra vremenom mijenja tako, da je množina oborine, što u njega pada, od godine do godine sve to veća ili manja.

a) Nemarno opaža motritelj onda, kada zaboravi ubilježiti pojedine oborine, osobito jako malene. Voda, što ostane u kišomjeru, djelomice ishlapi, a buduća bilješka daje množinu oborine za toliko preveliku, koliko je preostalo vode od prijašnje neubilježene oborine. Tim je ukupni broj dana sa oborinom i množina oborine za dotični mjesec i godinu premalen.

Broj dana sa oborinom mijenja se od godine do godine malo, a petgodišnja medija neznatno. Ako pogledamo tab. b.), opazit ćemo, da se petgodišnja medija udaljuju samo za 6 dana od ukupnoga medija od 133 dana. Broj dana sa oborinom raste od god. 1862. do 1875., a iza 1880. pada sve do 1890. Kvinkvenij 1891—1895. daje prema predjašnjem kvinkveniju preveliku množinu dana poradi abnormalne godine 1895. Da izostaivmo g. 1895., dobili bismo za god. 1891 – 1894. 127 dana, što veoma lijepo odgovara kvinkveniju 1865—1870. Iz tih se brojeva najbolje vidi, kako su opažanja neprestano jednako savjesno vodjena.

Digitized by Google

Iz tab. d.) crpamo takodjer isto uvjerenje. Broj dana sa oborinom manjom od 1 mm., kao i onih sa oborinom manjom od 10 mm. ostaje od kvinkvenija do kvinkvenija uvijek jednak; prvi varira najviše za ± 6%, a drugi samo za 4%. Popriječna varijacija broja dana sa oborinom manjom od 1 mm. iznaša ± 2·1%, a onih sa oborinom manjom od 10 mm. za ± 2·4%.

Da prispodobim oborinu grada Zagreba sa susjednim postajama, uzeo sam sav materijal, što ga imamo iz Hrvatske i Slavonije, ali nijesam našao ni jedne postaje, osim Rijeke, koja bi imala dulji niz godina opažanja, kojim ne ima prigovora. Rijeka se može teško prispodobiti sa Zagrebom, jer pada u posvema različit klima od zagrebačkog.

Gosp. prof. Seidl publicirao je u svojem djelu „Das Klima von Krain" in ekstenso ljubljanska opažanja. Prispodobimo li petgodišnja medija ljubljanska sa zagrebačkima od kvadrijenija 1862—1865 do 1885—1890., dobijemo slijedeće kvocijente Ljubljana : Zagreb

	62—65	66—70	71—75	76—80	81—85	86—90
Ljubljana : Zagreb	1·38	1·62	1·52	1·47	1·69	1·49

ili poprijeko 1·53 ± 0·08. Izostavimo li kvadrijenij 1862—1865, računajuć da je rekonstrukcija zgrade utjecala na množinu oborine, dobijemo kvocijenat 1·56 ± 0·07.

Odatle se vidi, da je kvocijenat ostao nepromijenjen čitavi niz godina, što se opaža u Zagrebu.

Zeithammerova opažanja od god. 1857. i 1858. daju kvocijenat 1·37 jednak onome od god. 1862—1865., što nas upućuje da su i ova opažanja homogena sa opažanjima na observatoriju.

b. Okoliš ombrometra mijenjao se je tri puta, i to: prvo prijenosom opažanja sa gimnazije na realku; drugo tim što je god. 1864. podignut srednji i južni trakt zgrade, a treće tim što su god. 1867. stabla u dvorištu zasadjena.

Prijenos ombrometra sa gimnazije na realku ne čini se da bi bio utjecao na množinu oborine, jer je kvocijenat Ljubljana : Zagreb ostao nepromijenjen.

Iza god. 1865. pokazuju sva kvinkvenija veći kvocijenat nego do god. 1865., ali pred god. 1865. imamo premalo godina opažanja, a da bi mogli iz toga suditi o skoku kvocijenta iza godine 1865.

Digitized by Google

Sama pako godina 1865., kad je zgrada bila već dvokatna, ima najmanji kvocijenat u čitavom nîzu (1·06). Osim toga nisu ni god. 1862. i 1863. za Ljubljanu posvema točne, jer je g. Seidl te godine interpolovao na temelju opažanja susjednih postaja.

God. 1867. zasadjena su u dvorištu realke stabla, koja su vremenom narasla do znatne visine. Ta stabla mogu imati na ombrometar dvojaki utjecaj. U jednu ruku ona umanjuju množinu oborine, a u drugu djeluju kao lijevak, po kojem oborina dolazi s većeg opsega na ombrometar. Utjecaj stabala (ailantus) imao bi se pokazati skoro isključivo u ljetnim mjesecima, t. j. od godine do godine, kako stabla rastu, morala bi se umanjivati množina oborine ljetnih mjeseca.

Kvocijenat Ljubljana : Zagreb za pojedina kvinkvenija 1865—1890.

Godina	Jan.	Feb.	Mart	April	Mai	Juu.	Jul.	August	Sept.	Okt.	Nov.	Dec.	Godina	Ljeto Mai-Okt.	Zima Nov.-April
1866—70	2·26	1·58	1·73	1·26	1·13	1·75	1·49	1·50	2·22	1·94	1·44	1·38	1·62	1·66	1·60
1871—75	1·65	1·11	1·76	1·85	1·33	1·49	2·18	1·47	1·55	1·36	1·37	1·66	1·52	1·51	1·52
1876—80	0·98	1·37	1·60	1·33	1·38	1·26	1·46	1·87	1·61	1·10	1·77	1·78	1·47	1·45	1·47
1881—85	1·60	1·41	1·82	1·63	1·63	1·53	1·94	1·88	1·94	1·34	2·18	1·45	1·69	1·68	1·71
1886—90	1·23	1·22	1·55	0·75	0·82	1·51	2·29	1·67	1·47	2·32	1·37	1·66	1·49	1·68	1·30
Poprijeko	1·54	1·34	1·69	1·37	1·26	1·51	1·87	1·68	1·78	1·61	1·63	1·68	1·56		

Kad pregledamo ovu tablicu, opazit ćemo, kako neki mjeseci pokazuju od kvinkvenija do kvinkvenija sve veću oborinu prema Ljubljani, a drugi opet sve manju, ali veoma nepravilno. Medju ljetnim i zimskim mjesecima ne ima nikakove progresivne razlike.

Iz toga zaključujemo, da stabla u dvorištu realke ne imaju nikakova utjecaja na množinu oborine.

2. Preostaje nam još jedno pitanje: vrijedi li množina oborine, što se bilježi na Griču, i za okolicu grada Zagreba?

Da riješim to pitanje, koje je u tijesnom savezu sa pitanjem, za koliko je temperatura mjerena na Griču previsoka prema temperaturi okolice grada Zagreba, nastojao sam da se u neposrednoj blizini grada ustroji još jedna meteorologijska postaja. Susretljivošću g. prof. dra. Heinza i dobrotom vis. vladnog odjela za bogoštovje i nastavu ustrojena je pred dvije godine meteorologijska po-

Digitized by Google

staja u kr. botaničkom vrtu. Nego poradi raznih poteškoća nijesu se mogla do početka ove godine dobiti tako pouzdana data, da bih mogao točno kazati za koliko se razlikuje množina oborine mjerene na Griču od oborine u ravnoj okolici grada. Iz prvih 9 mjeseci opažanja (od aprila do decembra) godine 1895. i iz 4 prva mjeseca ove godine proizilazi kao kvocijenat Botanički vrt : Grič = 1·26. Prema tome bila bi popriječna množina oborine u ravnici južno u neposrednoj blizini grada za periodu 1866—1895. po prilici 1148 mm.

Koji je uzrok tolikoj razlici, ne bih znao kazati. Prijeka bi bila nužda, da se ustroji još jedna postaja na kojem od zagrebačkih brežuljaka u istoj od prilike visini sa Gričem, da se sazna, koliki utjecaj ima grad svojom višom temperaturom na množinu oborine, što na nj pada, te imade li još i drugih uzroka koji umanjuju množinu oborine na Griču.

Digitized by Google

Tab. a)

Množina oborine u Zagrebu ubilježena od god. 1875. do 1895.

Praecipitatio observata Zagrabiae ab anno 1857. usque ad annum 1895.

Godina	Januar	Februar	Mart	April	Maj	Junij	Julij	August	Sept.	Oktob.	Novemb.	Decem.	Godina
1857	(20·1)	13·8	42·4	53·8	71·7	86·9	20·2	24·1	35·4	98·9	95·1	9·4	571·8
1858	15·4	49·8	51·4	66 8	119·2	100·7	79·2	108·7	40·2	130·8	50·6	76·8	889·6
1859	2·7	17·3	41·1	114·4	202·4	48·8	—	—	—	—	—	—	(969)
1860	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(993)
1861	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14·9	(822)
1862	80·7	19·8	66·9	73·0	87·0	39·2	53·5	72·1	63·6	82·2	103·9	38·5	780·4
1863	35·3	7·1	101·9	32·9	55·2	77·9	47·1	61·4	77·9	31·1	102·3	16·6	646.7
1864	20·5	91·9	59·9	71·7	82·9	147·3	111·7	79·2	206·9	17·3	124·7	35·4	1049·4
1865	131·4	34·9	131·8	4·3	21·2	161·5	70·0	52·5	10·9	110·8	34·5	8·5	772·3
1866	34·3	97·8	103·0	70·8	88·7	35·7	189·0	105·4	164·2	41·4	111·8	32·8	1075·2
1867	112·6	50·7	67·3	68·1	73·9	109.5	64·2	51·6	52·1	143·1	21·8	126·2	941·1
1868	53·6	2·5	62·2	89·8	43·1	54·9	90·0	42·1	45·0	77·2	68·2	123·1	751·7
1869	15·3	34·3	82·6	107·1	89·7	104·3	61·3	59·0	42·2	128·5	77·6	122·4	924·3
1870	50·0	50·0	48·1	48·5	61·5	132·9	78·2	265·9	39·5	120·1	108·7	101·9	1105·3
1871	59·1	6·1	53·4	48·5	130·0	128·3	45·3	48·5	84·3	120·1	163·9	35·4	922·9
1872	69·7	36·4	66·9	83·5	33 6	96·7	28·8	96·5	138·3	174·2	92·1	57·2	973·9
1873	71·4	103·6	43·1	90·8	128·8	65·1	63·8	61·7	80·2	42·9	47·0	9·2	807·6
1874	14·5	50·6	26·7	79·9	145·3	136·5	93·4	166·8	22·7	68·3	44·5	177·7	1026·9
1875	14·9	73·6	19·8	28·5	70·4	89·9	34·9	86·9	47·1	218·1	116·6	32·7	883·4
1876	39·4	95·4	115·4	80·0	178·8	145.1	106·1	96·3	122·2	49 6	67·7	88·3	1184·3
1877	63·3	51·7	33·3	91·2	65·1	50·4	48·8	11·1	68·0	34·8	73·2	80·8	671·7
1878	60·0	1·3	32·0	40·4	90·7	83·6	221·1	116·3	114·9	204·7	162·8	66·8	1194·6
1879	57·9	120·9	51·2	115 8	125 0	36·9	58·2	81·7	52·7	117·1	83·9	36·2	937·5
1880	22·3	56·2	10·2	38·3	159·0	113·5	108·9	145·6	131·8	116·4	105·1	42·0	1049·3
1881	98·5	31 6	74·8	88·6	32 6	77·4	54·5	55·7	59·5	204·3	13·4	35.8	826·7
1882	6·5	22·2	54 5	38·5	46·7	102·1	102·7	140·8	142·1	142·8	88 0	80·6	967·5
1883	9·5	26·7	72·9	49·6	86·6	137·3	56·1	43·0	89·4	100·2	129·3	33.0	833·6
1884	7·9	23 8	44·7	97·1	32·1	134·0	90·1	112·3	56·9	122·4	30·2	126·9	878·4
1885	38·9	31·6	37·1	90·6	109·4	51·3	28·7	125·9	52·3	138·2	19·8	54·7	778·5
1886	128·7	30·6	69·0	84·6	25·8	167·4	41.7	106·5	60·0	45.3	70·9	74·4	904·9
1887	22·2	29·4	86·2	25·7	112·1	59·8	31·1	53·1	63·0	81·5	141·7	97·1	802·9
1888	26·3	36·4	86·8	74·5	106·6	100·7	81·4	68·8	53·9	146·3	38·5	21·7	841·9
1889	29·9	102·0	54·0	107·2	60·3	115·6	115·1	51·2	167·4	110·8	50·9	11·6	976·0
1890	8·6	6·9	30·7	134·0	86·7	96·7	60·4	38·2	51·2	92·7	113·3	43·7	763·1
1891	77·6	1·1	80·0	95·6	77·2	65·1	160·0	42·3	44·4	11·8	47·8	39·8	742·7
1892	71·8	44·1	49·7	88·3	98·9	139·2	82·7	76·0	59·1	65·2	17·3	57·1	849·4
1893	50·3	47·5	40·3	7·2	22·4	185·8	128 7	16·8	66·9	75·8	163·6	25·1	830·4
1894	20·1	16·6	9·5	55·8	127·7	99·1	49·5	97·6	61·7	128·3	50·9	54·0	770·8
1895	89·7	108·8	75·6	104·3	61·9	99·0	66·6	98·1	17·3	270·4	37·5	97·5	1126·7
62-65	67·0	38·4	90·1	45·5	61·6	106·5	70 6	66·3	89·8	60·4	91·4	24·8	—
66-70	53·2	47.1	72·6	76 9	71·4	87·5	96·5	104·8	68·6	102·1	77·6	101·3	959·5
71-75	45·9	54·1	42·0	66·2	101 6	103·3	63·2	92·1	74·5	124·7	92·8	62·4	922·9
76-80	48·6	65·1	48·4	73·1	123·7	85·9	108·6	90·2	97·9	104·5	98·5	62·8	1007·5
81-85	32·5	27·2	56·8	72·9	61·5	100·4	66·4	95·5	80·0	141·6	56·1	66 2	856·9
86-90	43·1	41·1	65·3	85·2	78·3	108·0	65·9	63·6	79·1	95·3	83·1	49·7	857·8
91-95	61·9	43·6	51·0	70·2	77·6	117·6	97·5	66·2	49·9	110·3	63·4	54·7	864·0
66-95	47·5	46·4	56·0	74·1	85·7	100·5	83·0	85·4	75·0	113·1	78·5	66·2	911·4

Digitized by Google

Tab. b)

Broj dana sa oborinom u pojedinim mjesecima od god. 1857—1895.

Numerus dierum praecipitationis per singulos menses ann. 1857—1895.

Godina	Januar	Februar	Mart	April	Maj	Junij	Julij	August	Sept.	Oktob.	Novemb.	Decem.	Godina
1857	(16)	8	10	13	13	10	12	9	11	18	20	11	151
1858	6	15	10	14	19	14	16	11	3	15	13	15	151
1859	3	6	7	14	20	15	—	—	—	—	—	—	—
1860	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1961	—	—	—	—	—	-	—	—	—	—	—	4	—
1862	8	7	9	12	11	11	8	9	8	8	16	6	113
1863	6	5	11	4	6	8	8	4	4	7	11	5	79
1864	4	12	13	13	11	17	14	8	9	7	13	7	128
1865	12	9	15	2	4	15	7	4	2	13	4	3	90
1866	5	12	21	8	11	7	16	7	6	4	11	4	112
1867	14	6	8	8	6	11	10	7	8	10	7	10	105
1868	11	2	12	13	4	12	16	13	11	11	9	12	126
1869	8	2	17	13	13	14	8	10	6	14	13	19	137
1870	12	12	12	6	12	16	11	23	6	12	15	16	153
1871	16	2	8	12	23	17	7	11	8	13	22	7	146
1872	9	12	11	12	8	14	10	14	10	16	11	10	137
1873	14	13	8	17	18	7	8	7	13	8	12	3	128
1874	9	7	3	15	22	13	7	12	5	9	13	24	139
1875	7	9	7	8	12	15	11	10	10	22	13	6	130
1876	14	9	12	10	18	13	14	12	11	9	11	15	148
1877	11	9	13	20	12	7	7	4	12	7	10	13	125
1878	11	1	9	13	8	9	18	8	10	15	21	10	133
1879	11	21	9	20	15	8	12	9	11	6	11	9	142
1880	4	9	5	6	16	18	8	18	9	9	10	10	122
1881	20	10	11	16	14	18	6	9	14	23	4	9	154
1882	3	4	10	10	10	15	11	18	15	17	9	10	132
1883	10	9	19	13	12	18	14	10	12	11	13	6	147
1884	5	6	9	16	6	24	10	8	6	13	4	16	123
1885	8	8	11	10	11	10	7	12	9	14	14	8	122
1886	16	8	7	14	8	24	6	15	4	10	8	15	135
1887	7	7	13	5	16	11	6	8	9	13	15	13	123
1888	7	7	15	14	11	9	19	9	6	9	7	8	121
1889	9	11	12	18	12	13	12	9	19	18	10	10	153
1890	8	4	12	14	14	12	9	5	7	11	18	10	124
1891	14	4	14	18	15	10	13	8	6	7	17	8	134
1892	10	12	10	9	18	18	12	7	7	11	5	8	127
1893	14	8	7	4	11	16	14	6	8	8	16	8	120
1894	10	4	7	13	19	11	7	12	13	14	7	10	127
1895	19	15	14	15	13	14	10	10	5	19	13	18	165
66—70	10·0	6·8	14·0	9·6	9·2	12·0	12·2	12·0	7·4	10·2	11·0	12·2	126·6
71—75	11·0	8·6	7·4	12·8	16·6	13·2	8·6	10·8	9·2	13·6	14·2	10·0	136·0
76—80	10·2	9·8	9·6	13·8	13·8	11·0	11·8	10·2	10·6	9·2	12·6	11·4	134·0
81—85	9·2	7·4	12·0	13·0	10·6	17·0	9·6	11·4	11·2	15·6	8·8	9·8	135·6
86—90	9·4	7·4	11·8	13·0	12·2	13·8	10.4	9·2	9·0	12·2	11·6	11·2	131·2
91—95	13·4	8·6	10·4	11·8	15·2	13·8	11·2	8·6	7·8	11·8	11·6	10·4	134·6
66—95	10·55	8·10	10·85	12·30	12.95	13.45	10·65	10·35	9·20	12·10	11·65	10·85	133·0

Digitized by Google

Tab. c)

Broj dana sa snijegom.
Numerus dierum quibus ninxit.

Godina	Januar	Februar	Mart	April	Maj	—	Oktob.	Novemb.	Decemb.	Godina	Posledњi *	Prvi *
1857	11	4	4	—	—	—	—	3	3	25	21. III.	12. XI.
1858	5	12	10	—	—	—	2	7	2	38	25. III.	30. X.
1859	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	19. II.	—
1861	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—
1862	5	5	3	2	—	—	—	3	2	20	17. IV.	20. XI.
1863	1	3	1	—	—	—	—	1	3	9	9. III.	29. XI.
1864	4	9	1	6	1	—	—	3	7	31	3. V.	6. XI.
1865	7	9	7	1	—	—	—	—	1	25	1. IV.	12. XII.
1866	6	7	1	—	—	—	—	2	3	19	30. III.	29. XI.
1867	5	4	2	—	—	—	—	5	10	26	18. III.	18. XI.
1868	8	2	4	1	—	—	—	1	2	18	11. IV.	15. XI.
1869	4	1	—	—		—	6	2	4	17	28. II.	18. X.
1870	2	10	9	—	—	—	—	—	11	32	29. III.	2. XII.
1871	12	2	5	—	—	—	1	6	6	32	28. III.	14. X.
1872	1	3	1	—	—	—	—	1	1	7	22. III.	12. XI.
1873	6	8	—	2	—	—	—		—	16	27. IV.	4. I. 1874
1874	7	3	2	1	—	—	—	7	12	32	28. IV.	12. XI.
1875	1	8	5	—	—	—	—	6	5	25	12. III.	21. XI.
1876	14	7	4	2	—	—	—	8	1	36	14. IV.	8. XI.
1877	4	4	3	2	—	—	—	—	6	19	17. IV.	14. XII.
1878	9	—	3	—	—	—	—	4	9	25	26. III.	2. XI.
1879	9	1	4	—	—	—	1	7	9	31	24. III.	16. X.
1880	4	4	1	—	—	—	1	—	3	13	18. III.	24. X.
1881	16	7	3	—	—	—	1	2	2	31	31. III.	31. X.
1882	—	1	—	1	—	—	—	2	5	9	11. IV.	19. XI.
1883	6	5	11	—	—	—	—	1	5	28	28. III.	11. XI.
1884	2	3	2	—	—	—	—	4	3	14	8. IV.	18. XI.
1885	5	1	4	—	—	—	—	—	4	14	25. III.	9. XII.
1886	10	7	4	—	—	—	—	1	7	29	16. III.	22. XI.
1887	7	6	9	1	—	—	1	—	9	33	16. IV.	25. X.
1888	6	6	4	1	—	—	—	4	1	22	7. IV.	4. XI.
1889	8	10	6	1	—	—	—	3	8	36	17. IV.	28. XI.
1890	1	4	2	—	—	—	4	4	9	24	5. III.	15. X.
1891	14	4	5	—	—	—	1	3	1	28	31. III.	30. X.
1892	6	5	5	1	1	—	1	1	8	28	6. V.	22. X.
1893	13	5	3	—	—	—	—	5	2	28	26. III.	8. XI.
1894	6	1	2	—	—	—	—	5	7	21	19. III.	24. XI.
1895	17	16	6	—	2	—	—	2	7	50	17. V.	25. XI.
62—65	4·3	6·5	3·0	2·3	0·2	—	0·0	1·8	3·2	21·3		
66—70	5·0	4·8	3·2	0·2	0·0	—	1·2	2·0	6·0	22·4		
71—75	5·4	4·8	2·6	0·6	0·0	—	0·2	4·0	4·8	22·4		
76—80	8·0	3·2	3·0	0·8	0·0	—	0·4	3·8	5·6	24·8		
81—85	5·8	3·4	4·0	0·2	0·0	—	0·2	1·8	3·8	19·2		
86—90	6.4	6·6	5·0	0·6	0·0	—	1·0	2·4	6·8	28·8		
91—95	11·2	6·2	4·2	0·2	0·6	—	0·4	3·2	5·0	31·0		
65—95	7·0	4·8	3 7	0·4	0·1	—	0·6	2·9	5·3	24·8		
u % ukup. broja dana sa oborinom	67·0	59·2	33·9	3·3	0·7	—	5·0	24·8	48·6	18·7		

Digitized by Google

Tab. d)

Najveće množine oborine u 24 h za pojedine mjesece od god. 1857—1895.
Maxima praecipitatio intra 24 horas ennumeratur per singulos menses ann. 1857—95.

Godina	Januar	Februar	Mart	April	Maj	Juni	Juli	August	Sept.	Oktob.	Novemb.	Decem.	Maksimum	dan
1857	3·3	6·7	9·7	15·5	32.4	46·5	16·8	17·8	16·0	17.0	42·7	5·9	46·5	11/6.
1858	8·9	16·4	13·5	13·1	28·5	15·9	14·8	26·0	20·8	37.5	12·5	13·6	37·5	13/10.
1859	1·5	5·2	18·5	37·1	35·3	10·8	—	—	—	—	—	—	—	—
1860	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1861	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5·7	—	—
1862	26·7	7·8	20·7	12·5	22·4	7·2	39 8	21·2	14·7	25·6	21·5	16·9	39·8	9/7.
1863	8·3	4·1	30·6	26·3	17·1	26·9	21·0	19·5	27·7	11·6	37·9	9·8	37·9	10/11.
1864	12·7	27·6	27·0	36·3	20·6	34·2	31·0	40·8	71·4	6·5	32·0	10 4	71·4	22/9.
1865	25·8	15·3	43·5	3·4	10·3	49·8	25·8	39·1	6·2	21·0	12·7	4·7	49·8	19/6.
1866	15·9	33·3	14·8	22·0	22·6	13·1	62·0	41·1	53·0	26·7	26·8	25·0	62·0	24/7.
1867	21·6	19·6	18·1	39 1	43 6	23·2	31·4	25·7	23·6	55·9	14·1	31·4	55·9	5/10.
1868	22·6	1·7	17·0	28·4	22·5	16·5	16·9	13·5	13·3	30·2	25·7	50·9	50·9	26/12.
1869	6·5	21·0	15·6	39·7	31·0	47·8	18·7	20·0	13·6	29·5	16·1	23·1	47·8	10/6.
1870	33·2	20·5	16·5	19·0	17·3	36·4	32·5	57·9	21·1	39·7	29·1	15·3	57·9	30/8.
1871	9·0	5·4	18·1	19·2	28·7	28·7	16·0	11·4	24·7	59·9	34·3	23·0	59·9	3/10.
1872	18·8	13·6	27·5	25·1	12·1	23·0	13·6	37·4	48·3	62·3	20·3	17·3	62·3	24 10.
1873	14·3	23·2	10·4	25·2	30·7	18·7	25·3	25·7	30·4	13 2	13·5	5·4	30·7	4/5.
1874	3 4	17·4	11·7	17·8	21·7	45·4	47·6	57·3	11·3	30·4	18·5	16·4	57·3	15/8.
1875	7·4	34·3	5·6	12·6	26·7	27·8	30·7	20·7	21·3	58·2	20·0	11·0	58·2	24/10.
1876	10·0	21·4	30·6	25·7	38·5	31·7	36·7	24·1	50·1	18·1	11·8	13·8	50·1	12/9.
1877	40·7	18·7	7·3	13·8	20·1	27·8	16·4	9·7	17·2	10·5	23·7	20·0	40·7	12/1.
1878	14·4	1·3	12·5	14·2	45·7	24·7	50·0	38·3	30·6	46·8	39·7	22 6	50·0	26/7.
1879	20·7	28·0	14·2	18·7	36·0	13·0	25·1	22·5	25·3	50·2	23·2	21·0	50·2	16/20.
1880	13·0	19·4	4·8	14·2	48·7	24·3	47·3	36·7	48·0	26·6	17·5	13·4	48·7	8/5.
1881	25·8	17·8	21·6	17·0	13·6	12·4	36·2	18·2	13.4	34·8	5·6	11·0	36·2	9 7.
1882	4·0	14·0	19·6	9·8	12·4	23·8	44·4	34·8	19·8	43·8	18·8	20·0	44·4	1/7.
1883	4·4	16·6	10·7	9·0	51·1	34 6	22·4	10·2	15·7	24·8	29·0	11·0	51·1	5/5.
1884	5·5	19·2	16·6	14 0	20·5	15·4	28·0	31·7	25·3	29·8	13·7	21·2	31·7	27/8.
1885	9·5	11·4	11·3	38·8	36.3	13·7	7·2	26·7	21·3	41·3	6·8	18·8	41·3	10/10.
1886	22·2	10·7	29·8	14·5	17·8	34·6	17·5	29·7	34·8	14·6	29·3	14·3	34·8	23/10.
1887	6·9	12·8	27·4	10·4	24·2	28·4	12·6	39·2	20·7	19·5	24·1	31·7	39·2	11/8.
1888	9·7	8·6	21·2	33·8	18·6	24·4	26·9	21·3	28·0	76·0	10·6	8·1	76·0	4/10.
1889	17·4	34·7	15·8	22·3	15 8	35·8	24·8	23·6	46·5	24·2	16·3	3·0	46·5	21/9.
1890	3·5	4·2	8·8	32·8	23·1	21·8	12·8	19·3	19·4	25·3	31·8	11·2	32·8	9/4.
1891	15.5	0·4	26·0	22·6	28·4	33·8	42·3	15·0	22·0	4.9	11 2	20·9	42·3	20/7.
1892	15 0	13·1	17·5	39·0	16·4	24·0	29·0	38.2	21·5	17·3	7 6	24·0	39·0	26/4.
1893	10·6	24·0	18·6	5·1	7·1	24·8	29·4	9·2	31·6	24·7	31·2	8·5	31·6	9/9.
1894	6·3	13·0	3·0	14·0	39·9	27·1	27·5	39·8	27·5	42·4	19·8	16 6	42·4	3/10.
1895	15·7	24·4	13·3	20·2	38·5	27·0	40·7	34·2	12·2	53·7	17.4	16·4	53·7	24/10.
Maks.	40·7	34·7	43·5	39·7	51·1	49·8	62·0	57·9	53·0	76·0	42·7	50·9	76·0	
Dan	12.	3.	23.	18.	5.	19.	24.	30.	18.	4.	28.	26.	4/10.	
Godina	1877	1889	1865	1869	1883	1865	1866	1870	1866	1888	1857	1868	1888	
Poprečni maks. 66-70	20·0	19·2	16·4	29·6	27·4	27·4	32·3	31 6	24·9	36·4	22·4	29·1	54·9	
71-75	10·6	18·8	14·7	20·0	24·0	28·7	26·6	30·5	27·2	44·8	21·3	14·6	53·7	
76-80	19·8	17·8	13·9	17·3	37·8	24·3	35·1	26·3	34·2	30·4	23·3	18·2	47·9	
81-85	9·8	15·8	16·0	17·7	26·8	20·0	27'6	24·3	19·1	34·9	14·8	16·4	40·9	
86-90	11·9	14·2	20 6	22·8	19·9	29·0	18·9	26·6	29·9	31·9	22·4	13·7	45·9	
91-95	12·6	15·0	15·7	20·2	26·1	27·3	33·8	27·3	23·0	28·6	17·4	17·3	41·8	
66-95	14·1	16·8	16·2	21·3	27·0	26·1	29·1	27·8	26·4	34·5	20·3	18·2	47·5	

Digitized by Google

Tab. e)

Kako često padaju u pojedinim godinama označene množine oborine.

Quam saepe singulis annis cadant praecipitationes, quae infra memorantur.

Godina	0·1—0·9 mm.	0·1—9·9	10·0—29·9	20·0—29·9	30·0—39·9	40·0—49·9	50·0—
1857	44·0	91·4	5·3	1·3	0·7	1·3	—
1858	26·5	78·8	16·6	4·0	0·6	—	
—	—	—	—	—	—	-	—
1862	18·6	76·1	13·3	9·7	0·9	—	—
1863	12·7	70·9	20·3	6·3	2·5	—	—
1864	17·2	74·2	15·6	4·7	3·9	0·8	0·8
1865	20.0	70·0	16·7	7·8	2 2	3·3	—
1866	10·7	67·8	17 9	8·0	1·8	1·8	2·7
1867	15·2	70 5	17·1	4·8	4·7	1·9	1·0
1868	23·0	80·2	14·3	4·0	0·8	—	0·7
1869	21·2	75 9	18.3	2·9	2·2	0·7	—
1870	26·8	74·5	15·7	6·5	2·6	—	0·7
1871	20 5	79·5	14 4	4·1	1·3	—	0·7
1872	16·1	77·4	16·8	2·9	0·7	1·5	0·7
1873	21·9	77·3	17·2	3·9	1·6	—	—
1884	20·9	72·7	20·2	4·3	1·7	1·4	0 7
1875	20·0	78·5	12·3	6 2	1·5	0·8	0·7
1876	18·9	69·6	19·6	6·8	3·4	—	0 6
1877	23·2	81·6	13·6	4·0	—	0·8	—
1878	22·6	68·4	15·0	9·0	4·5	2·3	0·8
1879	28·1	76·8	13·4	7·7	0·7	0·7	0·7
1880	16·4	69·7	20·5	4·9	1·6	3·3	-
1881	24·7	81·8	14·3	2·6	1·3		—
1882	16·7	73·5	20·4	3·8	0·8	1·5	—
1883	28·6	85·0	8·8	4·8	0·7	—	0·7
1884	17·9	74·0	18·7	6·5	0·8	—	—
1885	21·3	79·5	13·1	4·9	1·6	0·8	—
1886	21·5	77·0	18·5	3·0	1·5	—	—
1887	17·1	78·9	13·8	5·7	1·6	-	—
1888	22·3	77·7	14·9	5·8	0·8	—	0·8
1889	22·9	81·0	11·8	3·9	2·6	0·7	—
1890	20·2	82·2	11 3	4·1	2·4	—	—
1891	30·6	85·1	6·7	5·2	2·2	0·8	—
1892	18·1	74.8	18·1	5·5	1·6	—	—
1893	17·1	74·2	15·0	9·2	1·6	—	
1894	37·0	75·6	19·7	2·4	2·3	—	—
1895	30·3	78·8	10·9	7·3	1·2	1·2	0·6
62—65	17·1	72·8	16·5	7·1	2·4	1·0	0·2
66—70	19·4	73·8	16·7	5·2	2·4	0·9	1·0
71—75	19·9	77·1	16·2	4·3	1·2	0·7	0·6
76—80	21·8	73·2	16·4	6·5	2·1	1·4	0 4
81—85	21·8	78·8	15·1	4·5	1·0	0 5	0·1
86—90	20·8	79·4	14·1	4·5	1·8	0·1	0·1
91—95	26·7	77·7	14·1	5·9	1·8	0·4	0·1
66—95	21·7	76·7	15·4	5·1	1·7	0·7	0·4

Digitized by Google

Tab. f)

Popriječna množina oborine u pojedinim pentadama godine (razlike prema $^1/_{73}$godišnje množine, na temelju godina 1862—95.

Media praecipitatio per singulas pentadas anni (Differentia a $^1/_{73}$praecipitationis annuae).

Broj	Datum	Ubilježna množina	Izračunana množina	Razlika	Broj	Datum	Ubilježna množina	Izračunana množina	Razlika
1	I 1— 5	— 5·33	— 3 99	— 1·34	38	5— 9	+ 2·92	+ 1·90	+ 1·02
2	6—10	— 2·96	— 3·84	+ 0·88	39	10—14	— 0·56	+ 1·07	— 1·63
3	11—15	— 1·91	— 3·80	+ 1·89	40	15—19	— 2·91	+ 0·52	— 3·43
4	16—20	— 4·85	— 3·92	— 0·93	41	20—24	+ 6·32	+ 0·29	+ 6 03
5	21—25	— 4·82	— 4·25	— 0·57	42	25—29	+ 0 27	+ 0·39	— 0·12
6	26—30	— 5·06	— 4·72	— 0·34					
					43	VIII 30-3	+ 1·33	+ 0·58	+ 0·75
7	II 31—4	— 4·80	— 5·19	+ 0·39	44	4— 8	— 0·13	+ 0·80	— 0·93
8	5—9	— 3·59	— 5·36*	+ 1·77	45	9—13	+ 0·97	+ 0·94	+ 0·03
9	10—14	— 3·57	— 5·12	+ 1·55	46	14—18	+ 0·88	+ 0·80	+ 0 08
10	15—19	— 6·52	— 4·90	— 1·62	47	19—23	+ 2·84	+ 0·44	+ 2·40
11	20—24	— 4·47	— 4·23	— 0 24	48	24—28	+ 1·87	+ 0·15	+ 1·72
12	21— 5	— 1·11	— 3·46	+ 2·35	49	29— 2	— 0·62	— 0·05*	— 0·55
13	III 2— 6	— 4·82	— 2·83	— 1·99	50	IX 3— 7	— 3 25	— 0·03*	— 3·22
14	7—11	— 2·00	— 2·39	+ 0·39	51	8—12	— 0·12	+ 0·40	— 0·52
15	12—16	— 4·31	— 2·33	— 1·98	52	13—17	— 3·04	+ 1·17	— 4·21
16	17—21	— 1·60	— 2·38	+ 0·78	53	18—22	+ 6·95	+ 2·15	+ 4·80
17	22—26	— 0·48	— 2·60	+ 2·12	54	23—27	+ 2·11	+ 2·84	— 0·73
18	27—31	— 2·42	— 2·66	+ 0·24	55	28— 2	+ 2·19	+ 3·72	— 1·53
19	IV 1— 5	— 5·21	— 2·49	— 2·72	56	X 3— 7	+ 6 02	+ 4·13	+ 1·89
20	6—10	1·58	— 1·94	+ 3·52	57	8—12	+ 1·75	+ 4·12	— 2·37
21	11—15	— 2·86	— 1·15	— 1·71	58	13—17	+ 5 95	+ 3·81	+ 2·14
22	16—20	+ 1·61	— 0·19	+ 1·80	59	18—22	+ 2·56	+ 3·29	— 0 73
22	21—25	— 0·51	· 0·76	— 1·27	60	23—27	+ 7·24	+ 2·91	+ 4·33
24	26—30	+ 1·94	+ 1·52	+ 0·42	61	28— 1	+ 1·45	+ 2·54	— 1·09
25	V 1— 5	+ 3·67	+ 1·92	+ 1·75	62	XI 2— 6	+ 1·98	+ 2·44	— 0·45
26	6—10	+ 0 05	+ 1·93	— 1·88	63	7—11	+ 3·66	+ 2·44	+ 1·22
27	11 15	+ 5·62	+ 2·10	+ 3·52	64	12—16	+ 1·44	+ 2·45	— 1·01
28	16—20	— 0·24	+ 1·93	— 2·17	65	17—21	— 1·13	+ 2·10	— 3·32
29	21—25	+ 0·45	+ 1·95	— 1·50	66	22—26	+ 0·21	+ 1·74	— 1·53
30	26—30	— 2·46	+ 2·19	— 4·65	67	27— 1	+ 2·14	+ 0·89	+ 1·25
31	VI 31—4	+ 2 20	+ 2·72	— 0·52	68	XII 2—6	— 0·26	— 0·20	— 0·06
32	5—9	+ 2·14	+ 3·24	— 1·10	69	7—11	— 2·72	— 1·45	— 1·27
33	10—14	+ 7·62	+ 3·71	+ 3·94	70	12—15	— 5·75	— 2·58	— 3·17
34	15—19	+ 8·93	+ 4·04	+ 4·89	71	17—21	+ 0·68	— 3·27	+ 2·59
35	20—24	+ 4·91	+ 3·98	+ 0·93	72	22—26	— 1·61	— 3·93	+ 2·32
36	25—29	+ 0·51	+ 3 50	— 2·99	73	27—31	— 5·28	— 4·11	— 1·17
37	VII 30—4	+ 0·46	+ 2·76	— 2·30					

Digitized by Google

Tab. g)

Broj dana sa oborinom na temelju godina 1862—95.

Medius numerus dierum praecipitationis per singulas pentadas anni (Differentiae)

Broj	Datum	Ubilježeno	Izravnano	Broj	Datum	Ubilježeno	Izravnano
1	I. 1— 5	— 0·03	— 0·10	38	5— 9	+ 0·11	+ 0·04
2	6—10	— 0·27	— 0·10	39	10—14	— 0·12	— 0·03
3	11—15	+ 0·23	— 0·15	40	15—19	— 0·21	— 0·07
4	16—20	— 0·21	— 0·19	41	20—24	+ 0·05	— 0·08
5	21—25	— 0·50	— 0·22	42	25—29	— 0·24	— 0·10
6	26—30	— 0·18	— 0·24	43	VIII 30— 3	+ 0·08	— 0·12
7	II. 31— 4	— 0·33	— 0·25	44	4— 8	— 0·09	— 0·13
8	5—9	— 0·09	— 0·27	45	9—13	— 0·42	— 0·16
9	10—14	+ 0·05	— 0·30	46	14—18	— 0·09	— 0·20
10	15—19	— 0·74	— 0·34	47	19—23	— 0·19	— 0·23
11	20—24	— 0·65	— 0·39*	48	24—28	— 0·21	— 0·27
12	21— 5	+ 0·06	— 0·35	49	29— 2	— 0·39	— 0·31
13	III. 2— 6	— 0·12	— 0·24	50	IX 3— 7	— 0·47	— 0·34*
14	7— 1	— 0·27	— 0·11	51	8—12	— 0·24	— 0·32
15	12—16	— 0·09	— 0·02	52	13—17	— 0·36	— 0·28
16	17—21	+ 0·02	+ 0·03	53	18—22	— 0·12	— 0·24
17	22—26	+ 0·47	+ 0·05	54	23—27	— 0·24	— 0·21
18	27—31	— 0·06	+ 0·06	55	28— 1	— 0·21	— 0·17
19	IV. 1— 5	— 0·27	+ 0·06	56	X 3— 7	— 0·15	— 0·11
20	6—10	+ 0·26	+ 0·07	57	8—12	— 0·03	— 0·02
21	11—15	+ 0·02	+ 0·12	58	13—17	— 0·06	+ 0·03
22	16—20	+ 0·41	+ 0·22	59	18—22	+ 0·35	+ 0·14
23	21—25	+ 0·05	+ 0·31	60	23—27	+ 0·38	+ 0·23
24	26—30	+ 0·61	+ 0·35	61	27— 1	+ 0·02	+ 0·27
25	V. 1— 5	+ 0·35	+ 0·35	62	XI 2— 6	+ 0·41	+ 0·20
26	6—10	+ 0·26	+ 0·30	63	7—11	+ 0·17	+ 0·14
27	11—15	+ 0·41	+ 0·25	64	12—16	— 0·03	+ 0·15
28	16—20	— 0·03	+ 0·20	65	17—21	+ 0·14	+ 0·17
29	21—25	+ 0·32	+ 0·14	66	22—26	+ 0·14	+ 0·14
30	26—30	+ 0·06	+ 0·16	67	27— 1	+ 0·38	+ 0·09
31	VI. 31—4	+ 0·17	+ 0·26	68	XII 2— 6	+ 0·14	+ 0·02
32	5—9	+ 0·32	+ 0·37	69	7—11	— 0·24	— 0·06
33	10—14	+ 0·65	+ 0·60	70	12—15	— 0·47	— 0·15
34	15—19	+ 0·82	+ 0·67	71	17—21	+ 0·11	— 0·22
35	20—24	+ 0·71	+ 0·48	72	22—26	— 0·21	— 0·18
36	25—29	+ 0·26	+ 0·37	73	27—31	— 0·24	— 0·13
37	VII. 30— 4	+ 0·05	+ 0·19				

Digitized by Google

Tab. h)

Intensitet oborine.

Media intensitas praecipitationis in singulis pentadibus anni, reperta annis 1862—95.

No.	Datum	Ubilježeno	Izravnano	No.	Datum	Ubilježeno	Izravnano
1	I 1— 5	3·99	4·94	38	5— 9	8·08	7·73
2	6—10	6·21	5·02	39	10—14	7·10	7·57
3	11—15	5·18	5·20	40	15—19	6·00	7·43
4	16—20	4·76	5·25	41	20—24	10.21	7·34*
5	21—25	5·87	5·14	42	25—29	8·24	7·48
6	26—30	4·53	4·91	43	VIII 30— 3	7·35	7·61
7	II 31— 4	3·19	4·64	44	4— 8	7·23	7·86
8	5— 9	5·17	4·59*	45	9—13	9·81	8·08
9	10—14	4·78	4·84	46	14—18	7·83	8·20
10	15—19	5·58	5·12	47	19—23	9·56	8·13
11	20—24	5·18	5·77	48	24—28	9·06	8·15
12	21— 5	6·10	6 14	49	29— 2	8·44	8·23
13	III 2— 6	4·52	6.11	50	IX 13— 7	6·90	8·41
14	7—11	6·85	5·90	51	8—12	7·94	8·59
15	12—16	4·74	5·64	52	13—17	6·55	8·86
16	17—21	5·96	5·46	53	18—22	11·65	9.26
17	22—26	5·26	5·28	54	23—27	9·40	9·52
18	27—31	5·76	5·22	55	28— 2	9·27	9·82
19	IV 1— 5	4·71	5·31	56	X 3— 7	11·29	9·71
20	6—10	6·82	5·58	57	8—12	8·06	9·22
21	11—15	5·26	5·84	58	13—17	10·66	8·66
22	16—20	6·37	6·02	59	18 22	7·47	8·05
23	21—25	6·46	6·22	60	23—27	9·08	7·51
24	26—30	5·97	6·45	61	28— 1	7·67	7·19
25	V 1— 5	7·52	6·64	62	XI 2— 6	6·54	7·39
26	6—10	6·07	6·80	63	7—11	8·21	7·61
27	11—15	8·21	7·04	64	12—15	7·88	7·60
28	16—20	6·91	7·13	65	17—21	5·83	7·37
29	21—25	6·09	7·36	66	23—26	6·53	7·25
30	25—29	5·74	7·41	67	27—31	6·70	7·00
31	VI 31— 4	7·46	7·31	68	XII 2—6	6·29	6·67
32	5— 9	6·89	7·18	69	7—11	6·24	6·27
33	10—14	8·57	6·98	70	12—15	5·15	5 93
34	15—19	8·19	6·91	71	17—21	6·89	5·72
35	20—24	7·22	7·15	72	22—26	6·83	5·21
36	25—29	6·29	7·30	73	27—31	4·57	4·95
37	VII 30— 4	6·99	7·58				

Digitized by Google

Tab. i)

Broj dana sa ⊼ *(i* ⊻*)*

Numerus dierum cum ⊼ *(et* ⊻*)*

1862—95.

	Januar	Februar	Mart	April	Maj	Juni	Juli	August	Sept.	Oktob.	Novemb.	Decem.	Godina
1862	—	—	—	2 (1)	4	1	3 (2)	2 (9)	4 (2)	1 (2)	—	—	17 (16)
1863	(1)	—	—	—	1 (4)	—(3)	4 (3)	2 (7)	- (3)	1	—	—	8 (21)
1864	—	—	—	—	2	2 (2)	6 3)	3 (4)	3 (5)	—(1)	—(2)	—	16 (17)
1865	—	—	—	—	3	6 (3)	4 (2)	2 (5)	(1)	1	—	—	16 (11)
1866	—	—	3	1	2 (1)	5 (4)	11 (5)	5 (3)	3	1	—	—	31 (13)
1867	—	—	—(1)	3 (1)	3 (2)	5 (1)	3 (1)	5 (8)	3 (4)	—	—	—	22 (18)
1868	—	—	—	1 (1)	5 (2)	—(5)	2 (2)	1 (4)	—(6)	—(2)	—	—	9 (22)
1869	—	—	—	1	3	2 (1)	3	2 (1)	1	3	—	—	15 (02)
1870	—	—	—	—	4 (1)	6 (4)	2 (5)	6	2 (1)	3	—	—	23 (11)
1871	—	—	1	2	7	4 (1)	4 (2)	3 (5)	4 (3)	—	—	—	25 (11
1872	—	—	—	4 (1)	2 (1)	8 (1)	8 (3)	8 (4)	4 (5)	1 (2)	—	—	35 (17)
1873	—	—	1	1	4	5	8 (2)	5 (6)	5 (1)	—	—(1)	—	29 (10)
1874	—	—	—(1)	3	2	11 (5)	4 (1)	5	—	—	—	—	25 (07)
1875	—	—	—	—	3	8 (4)	6 (2)	2	2	—	1	—	22 (06)
1876	1	—	—	4	—	7 (3)	8 (2)	4 (2)	—	—	—	1 (1)	24 (08)
1877	—	—	—	4	—	4 (3)	5 (3)	4 (3)	2	—	—	—	19 (09)
1878	—	—	1	1	—	7	9	3 (1)	2 (1)	1	1	1	26 (02)
1879	—	2	—	2	1	6 (2)	4 (1)	5 (1)	2 (1)	—(1)	—	—	22 (06)
1880	—	—	—	1	7	7	9	4	4	1 (1)	1 (1)	1	35 (02)
1881	(1)	—	1	—	2	5 (3)	5	4	1	—	—	—	18 (04)
1882	—	—	—	1 (1)	3	2 (3)	4 (2)	12	3 (2)	3	—	1 (1)	29 (09)
1883	—	—	—	—	4	6	4	1	3	—	—	—	18 ?
1884	—	—	—	1 (1)	1 (1)	6	3 (1)	2	—	—(2)	—	—	13 (05)
1885	—	—	1 (1)	1	3 (2)	3	5 (2)	4 (6)	5	—(2)	—	—	22 (13)
1886	—	—	—	—(1)	4 (4)	12 (5)	2 (3)	3 (5)	3	1	1	—	26 (18)
1887	—	—	1	2	3	4	6 (1)	4 (2)	2 (3)	1	—	—	23 (06)
1888	—	—	—	2	1 (1)	5 (2)	7	3 (2)	1	1	1	—	21 (05)
1889	—	—	—	2	5 (1)	9 (2)	7 (3)	6 (6)	4 (3)	1	—	—	34 (15)
1890	1	—	—	3	6	5	3	6 (5)	4	2 (1)	1	—	31 (06)
1891	—	—	—	—	7 (3)	2	7 (3)	2 (5)	1 (1)	—	1	—	20 (12)
1892	—	1	—	1 (1)	5	9	9	5	2 (1)	2	—	—	34 (02)
1893	—	—	1	1	9	9	14	2 (4)	4	2 (1)	—	—	42 (03)
1894	—	—	—	4	9 (3)	7 (1)	5	7 (3)	1 (2)	3 (1)	—	—	36 (10)
1895	—	—	—(1)	1 (1)	5 (1)	9	5 (4)	5 (2)	2 (1)	3	—		30 (10)
Suma	2	3	10	49	120	187	189	137	77	32	7	4	817
Popr.	0·1	0·1	0·3	1·4	3·5	5·5	5·6	4·0	2·3	0·9	0·2	0·1	24·0

Digitized by Google

D. Kako se odredi vjerojatna duljina približno poznate periode.

Iz tab. a.) vidimo da se množina oborine od godine do godine mijenja, na prvi pogled nepravilno, ali iza potanjeg se promatranja opaža bar u glavnim crtama neka pravilnost. Tako vidimo, da je množina oborina bila veoma malena u deceniju 1856—1865 i 1886—1895., a veoma velika u deceniju 1870—1880. Oborina se može kao što i svaki drugi periodički pojav predstaviti kao suma jednostavnih valova, po Fourier-ovu teoremu, samo mora da je poznata duljina periode. Kod proučavanja dnevne i godišnje promjene meteorologijskih elemenata, znamo duljinu periode, trebamo još naći samo glavne komponente.

Ni sekularni periodicitet meteorologijskih elemenata ni njegovi uzroci nisu nam još poznati. Pojedini iztraživaoci došli su već do kojekakovih periodiciteta, ali u tome bludimo još u tami, jer je veoma teško naći točnu duljinu periode. Valovi što ih dobijemo, kada si grafično predstavimo tijek ma kojega meteorologijskoga elementa, sastoje se od superpozicije od veoma velike množine jednostavnih valova različite duljine i amplitude, tako da je ukupna slika tako zamršena da iz nje teško razabiremo ma i jedan elemenat.

Kad bi nam med svim tim valovima bar jedan bio poznat, mogli bismo osloboditi čitavi niz opažanja od tog vala, te bi nam preostala slika bila već manje zamršena. Iz nje bismo nastojali da izlučimo još jedan vali tako bismo dobili konačno bar glavne komponente periodiciteta.

Čitavi niz opažanja može se uvijek predstaviti jednadžbom

$$M = \Sigma\ A_k \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_k} - \varepsilon_x \right)$$

gdje su A_k amplitude pojedinih komponenata, T_k vrijeme što traje svaka pojedina komponenta, ε_x epohe maksima pojedinih valova. U ovoj je jednadžbi t promjenljivica, A_k, T_k i ε_x konstante.

Ako nam je poznata konstanta T_k, onda možemo izračunati po Besselevoj metodi A_k i ε_x. Izračunane vrijednosti konstanta A_k i ε_x su ujedno i najvjerojatnije vrijednosti tih konstanta po metodi najmanjih kvadrata.

Ako nam T_k nije poznato, kao što kod sekularnog periodiciteta, onda ne imamo drugog načina da ih nadjemo do probe.

Uzmemo li pako kod niza zadatih vrijednosti od M za T_k ma koju povoljnu vrijednost, naći ćemo uvijek za pripadajuće konstante A_k i ε_x vrijednosti veće od ništice, t. j. račun nam daje

Digitized by Google

prividno svaki periodicitet, koji samo hoćemo. To je i povod zašto su do sada nadjeni kod raznih meteorologijskih pojava kojekakovi periodiciteti.

Uzrok je tome narav valova. Problem istraživanja periodiciteta sastoji se u tome, da se nadje jednostavan val

$$y = a \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varepsilon \right)$$

koji se po metodi najmanjih kvadrata najbolje približava zadatim vrijednostim od y, t. j. za koji je suma kvadrata razlika med zadatim i izračunanim vrijednostima od y, uzetim kao pogriješkama opažanja, minimum.

Ako si zadamo pravilan val i uzmemo jedan dio toga vala, pa tražimo amplitudu i epohu čitavoga vala, koji nam najvećom vjerojatnošću predstavlja uzeti povoljni dio prvobitnoga vala, naći ćemo uvijek za taj novi val konstante α i ε veće od ništice.

Običaj je u meteorologijskoj praksi, gdje su meteorologijski pojavi redovito zadati za jednaka razdobja vremena, n. pr. svaki sat, dan, pentadu ili godinu, da se kod istraživanja periodiciteta traže samo takovi valovi, koji se bar nekoliko puta nalaze u čitavom vremenu, za koje imamo zadata opažanja. Hoćemo li n. pr. za da nadjemo dnevni periodicitet temperature, mora da nam je zadata temperatura svakoga sata bar za jedan mjesec dana. Ako sada opažanja istoimenih sati svakoga dana podpišemo jedna pod druga, te izračunamo aritmetičke sredine od svakih 30 istoimenih sati, računat ćemo da su razlike med nadjenim aritmetičkim sredinama i pojedinim opažanjima kao slučajne pogriješke opažanja iz računa ispale. Pošto pako te razlike nisu slučajne pogriješke, moći ćemo ih samo onda za takove držati, kada ih bude neizmjerno mnogo ili barem toliko, da su one poredane oko medija prema zahtjevu temeljne jednadžbe metode najmanjih kvadrata

$$\varphi\left(\Delta\right) = Ce^{h^2 \Delta^2}$$

Na posao traženja dnevnog ili godišnjeg periodiciteta meteorologijskih elemenata dati ćemo se dakle samo onda, kada budemo imali na raspolaganje mnogogodišnja pouzdana opažanja.

Na isti bismo način morali postupati kod istraživanja sekularnog periodiciteta. Morali bismo imati na raspolaganje toliki niz opažanja, da se duljina jedne periode nalazi mnogo puta u duljini čitavoga niza opažanja. Tako n. pr. da nadjemo 30-godišnji periodicitet obo-

Digitized by Google

rine, o kome će biti kasnije govora, morali bismo imati oko 1000 godina opažanja. Pošto pako ne imamo o nijednom meteorologijskom elementu niza pouzdanih opažanja većega od 100 godina, morali bismo prepustiti pitanje o sekularnom periodicitetu svojim kasnim potomcima.

Proučavajuć narav jednostavnih valova, možemo se ipak osvjedočiti, da možemo naći dosta točno približne elemente (a i ε) periodiciteta, ako nam je poznat niz opažanja malo veći od duljine jednoga vala.

Uzmemo li jedan jednostavan val povoljne duljine, te ga razdijelimo na povoljan oveći broj jednakih djelova i izračunamo ordinatu svakoga dijela kao abscise, to će se te ordinate od vala do vala jednako ponavljati. Superponiramo li sada više takovih valova jedan na drugi, pasti će uvijek jednake ordinate jedna na drugu.

Ako sve ordinate što padaju jedna na drugu zbrojimo i uzmemo aritmetičku sredinu, onda će nam te sve aritmetičke sredine predstavljati ordinate prvobitnoga vala.

Razdijelimo val na n jednakih djelova i uzmimo od toga $n-1$ dio, pa ispišimo tih $n-1$ ordinatu jednu do druge. Pod taj niz potpišimo opet $n-1$ ordinatu počev sa n-tom prvoga vala i nastavljajuć sa 1., 2. itd. slijedećega vala. I tako nastavimo dok ne dobijemo n vrsta jedne ispod druge. Tako smo superponirali n jednakih valova jedan na drugi sa razlikom faze od $^1/n$ vala.

Ako su ordinate jednoga vala $y_1, y_2, y_3, \cdots y_n$, to imamo ovaj poredak

$$\begin{array}{l} y, y_2, y_3, y_4 \cdots\cdots y_{n-1} \\ y_n, y_1, y_2, y_3 \cdots\cdots y_{n-2} \\ y_{n-1}, y_n, y_1, y_2 \cdots\cdots y_{n-3} \\ \text{— — — — — — —} \\ y_2, y_3, y_4, y_5 \cdots\cdots y_n \end{array}$$

Zbrojimo li sve vertikalne stupce dobijemo svuda isti zbroj $\Sigma y = o$ i aritmetičku sredinu jednaku ništici.

To bismo isto dobili da uzmemo mjesto $n-1$ ordinata njih $n-2$, $n-3$ itd. ili $n+1$, $n-2$, itd. U svakom takovom slučaju dobijemo za sve geometrijske sredine ništicu.

To je kriterij, da se niz zadatih vrijednosti od y ne može predstaviti valom duljine ni veće ni manje od n.

Ovo pravilo vrijedi samo onda, kada imamo na raspolaganje toliko valova, na koliko je djelova razdijeljen jedan val. Tih djelova mora da uzmemo mnogo, jer zadati valovi nisu pravilni, nego

Digitized by Google

svaki se sastoji od superpozicije od mnogo valova različite dužine i amplitude.

Ako pako ne imamo na dispoziciju ordinate od n valova nego od manje od n, onda ne će biti gornje sume jedna drugoj jednake, nego će odgovarati valu odabrane dužine od $n-1$, $n-2$, itd. dijela prvobitnoga vala. Amplituda tih izvedenih valova biti ćetim veća, čim manje valova superponiramo.

Da nadjem kako se mijenja amplituda i faza, kada imamo na dispoziciju samo jedan val, uzeo sam val sa amplitudom 100 po jednadžbi

$$y = 100 \cos (k\ 22{\cdot}5^0 - 180^0)$$

Val je razdijeljen na 16 djelova, a ordinate tih djelova jesu:

$y_0 = -100, y_1 = -92{\cdot}4, y_2 = -70{\cdot}7, y_3 = -38{\cdot}3, y_4 = 0, y_5 = 38{\cdot}3, y_6 = 70{\cdot}7, y_7 = 92{\cdot}4,$
$y_8 = 100, y_9 = 92{\cdot}4, y_{10} = 70{\cdot}7, y_{11} = 38{\cdot}3, y_{12} = 0, y_{13} = -38{\cdot}3, y_{14} = -70{\cdot}7, y_{15} = -92{\cdot}4$

Ako uzmemo od tih ordinata 15 pa tražimo po Besselovoj metodi val dužine 15, koji najbolje odgovara zadatim 15 ordinatama, naći ćemo amplitudu i fazu toga vala različitu prema tome, koju od gornjih ordinata uzmemo kao prvu. Ja sam izračunao ordinate valova dužine 14, 15, 17, i 18 uzev po jedan put svaku od 16 zadatih ordinata kao prvu. Slijedeća tablica nam pokazuje tako izračunane amplitude. K tim je amplitudama dodana i amplituda 100 za dužinu vala od 16.

Prva ordinata	14	15	16	17	18
0	94·5	97·1	100	102·8	102·9
1	91·3	95·5	100	101·9	99·8
2	92·8	97·0	100	99·4	95·4
3	95 1	99·4	100	97·4	92·1
4	101·4	101 7	100	96·2	92·1
5	103·1	102·6	100	97·4	95·4
6	105·2	101·7	100	99·4	99·9
7	100·2	99·4	100	101·5	102·9
8	94·5	97·1	100	102·8	102·9
9	91·3	95·5	100	101·5	99·8
10	92·8	97·0	100	99.4	95·4
11	95·1	99·4	100	97·4	92·1
12	101·4	101·7	100	96·2	92·1
13	103·1	102·6	100	97·4	95·4
14	105·2	101·7	100	99·4	99·8
15	100·2	99·4	100	101·9	102·9

Istu pravilnost pokazuju i epohe.

Uzev dužinu vala preveliku lli premalenu, dobijemo amplitude sad veće sad manje od 100, prema tome, sa kojom li ordinatom po-

Digitized by Google

čimamo. Da počnemo sa 2. ili 3. ordinatom ili sa 10. ili 11, dobili bismo ordinate manje od 100, uzeli val predug ili prekratak. U tom je slučaju dakle za pravu dužinu vala ordinata maksimum. Počnemo li obratno med 6. i 7. ordinatom ili med 14. i 15., bit će za dužinu 16 amplituda minimum.

Ako nam je zadat odredjeni broj data za koji meteorologijski elemenat, a u tim datima naziremo periodicitet dužine n, odredit ćemo najprije od prilike epohu minima ili maksima. Onda ćemo uzeti $n - 2$ zadate ordinate, zatim $n - 1$, n, $n + 1$, $n + 2$ i za svaki taj broj ordinata ćemo potražiti elemente vala pripadajuće dužine, nastojeć da počnemo od prilike sa onom fazom, za koju je amplituda prave dužine vala maksimum ili minimum. Ako sada dužine vala narišemo kao abscise, a nadjene amplitude kao ordinate, lako ćemo odrediti za koju dužinu vala je amplituda maksimum ili minimum. Drugu tahovu krivulju će nam dati epohe; a pošto mora da je i suma kvadrata preostalih pogriješaka, prispodobiv izračunane sa zadatim ordinatama, za pravu dužinu vala takodjer minimum, dobit ćemo i treću krivulju, dakle tri približne vrijednosti za dužinu vala. Aritmetička sredina tih triju vrijednosti bit će još točnija dužina vala.

E. Sekularna varijacija oborine u Zagrebu.

1. Iz godišnjih suma oborine od god. 1862. do 1895. vidimo, da je bila oborina oko god. 1860. i 1890. najmanja, a med godinama 1870. i 1880. najveća.

Brücker je našao za oborine u opće periodicitet od 35 godina po prilici. Da vidim, da li i zagrebačke oborine odgovaraju tomu periodicitetu, kušao sam predstaviti niz godišnjih suma oborine od g. 1862. do 1895. jednim valom redom od 28, 30, 32, 34 godine, i našao sam slijedeće amplitude i epohe maksima:

Broj godina	28	30	32	34
Amplituda mm.	68·3	81·7	82·0	71·7
Epoha maksima	12·6	12·9	12·8	12·2

Epoha je računana od sredine god. 1862.

Uzev broj godina kao abscise, a jednom amplitude, drugi put epohe kao ordinate, našao sam iz obiju krivulja, da maksimum pripada dužini vala od 30·9 godina.

Digitized by Google

U oborini grada Zagreba postoji dakle periodicitet od prilike od 30·9 godina. Maksimum vala pada na godinu 1862·5 + 12·9 = 1875·4, a amplituda iznaša 82 mm.

Izračunao sam nadalje val od 31 godine i našao za amplitudu 81·5 mm., a za epohu maksima 12·8 godina, što se s gornjim dobro slaže.

Iz data za Ljubljanu[1] našao sam slijedeće epohe i faze:

Broj godina	28	30	32	34
Amplituda mm.	144·8	77·7	117·9	141·4
Epoha maksima	16·4	19·6	18·6	18·6

Iz tih data proizlazi dužina periode od 30·1 godina, a epoha od 19·6 godina računana od sredine god. 1857.

Pošto je po svoj prilici sekularna varijacija u Zagrebu i Ljubljani izohrona, možemo uzeti za približnu dužinu periode 30·5 godina kao aritmetičku sredinu rezultata od Ljubljane i Zagreba. Epoha maksima jednostavnog vala pada na 0·4 godine 1875. za Zagreb, a na 0·1 godine 1877. za Ljubljanu. Sredina obojega bila bi 0·3 godine 1876. Minima padaju prema tome na 0·1 godine 1861. i 0·6 godine 1891.

Nedavno je publicirao g. nadinžinir V. Lapaine[2] množinu vode što je protekla Savom kod Stare Gradiške u svakoj godini od g. 1829. do 1895. Te množine je on izračunao na temelju vodostaja, mjerenih u tom razdobju, na temelju profila korita Save na dotičnom mjestu i na temelju brzina vode pokusom ustanovljenih za različite vodostaje. Ti računi imadu jedinu pogriješku, koja izvire iz promjenljivosti profila tečajem vremena, ali sasvim tim su za nas od velike važnosti. Evo tih množina izraženih razlikama izmedju cjelokupnog medija (1831.—1890.) i pojedine množine u Km³.

Množine vode, što su protekle Savom kod Stare Gradiške od god. 1829. do 1895. u Km.³

---

[1] F. Seidl: Das Klima von Krain — Mittheilungen des Musealvereines in Laibach, 1894, str. 264.

[2] V. Lapaine: Male i velike vode rijeke Save. Vijesti družtva inžinira i arhitekta. God. 1897. br. 2.

Digitized by Google

Godina	± Km³	Godina	± Km³	Godina	± Km³	Godina	± Km³
1829	— 0·334	1846	— 1·046	1863	— 11·989	1880	— 1·216
1830	— 1·725	1847	+ 5·116	1964	+ 3·841	1881	+ 7·689
1831	+ 0·155	1848	+ 4·231	1865	— 1·778	1882	+ 3·822
1832	— 4 690	1849	— 5·832	1866	— 6·484	1883	+ 0·055
1833	+ 1·343	1850	+ 5·983	1867	— 1.522	1884	— 5·589
1834	— 13·679	1851	+ 4·085	1868	— 6·655	1885	+ 5·384
1835	+ 0·822	1852	+ 2·558	1869	— 0·602	1886	+ 3·510
1836	+ 1·925	1853	+ 12·752	1870	+ 11·083	1887	+ 3·218
1837	— 1·051	1854	— 8·170	1871	+ 3·634	1888	— 2·430
1838	+ 5·982	1855	+ 3·831	1872	+ 0·909	1889	+ 1·400
1839	— 1·438	1856	— 3·786	1873	— 0·115	1890	— 9·482
1840	— 9·977	1857	— 6·390	1874	— 5·471	1891	— 6·896
1841	— 2·258	1858	— 2·732	1875	— 2·422	1892	— 2·913
1842	+ 3·615	1859	— 2·290	1876	+ 10·951	1893	— 2.422
1843	— 3·183	1860	+ 5·782	1877	— 0·970	1894	— 8·738
1844	— 0·261	1861	— 7·069	1878	+ 6·216	1895	+ 12·991
1845	+ 11·086	1862	— 8·510	1879	+ 9·754		

Istražujuć periodicitet množine vode, protekle Savom, našao sam

Godina	28	30	31	32
Amplituda km³	3·624	3·639	3·482	3·335
Epoha maksima	19·69	18·44	18·79	22·81

Epoha je računana od sredine godine 1829.

Iz krivulje amplituda dobijemo maksimum za dužinu vala od 30·0 godina, a iz krivulje epoha minimum za 30·7 godina. Pošto je krivulja faza mnogo pravilnija od krivulje amplituda, možemo uzeti za medium 30·5 godina, što se potpuno slaže sa medijem rezultata za Ljubljanu i Zagreb.

Gosp. Lapaine došao je grafičkim putem do periodiciteta od 30 godina, ili, kako mi je kasnije ustmeno priopćio, do periodiciteta od 30·5 godina, što se s računom takodjer slaže.

Na temelju toga možemo tvrditi, da na čitavom porječju Save opstoji periodicitet od 30·5 godina koli za množinu oborina toli za množinu vode što protječe Savom.

Iz krivulje epoha proizlazi epoha maksimalne množine vode u Savi od 18·3 godine. Maksima množine bijahu dakle u 0·8 godine 1847. i 0·3 godine 1878.

Iz oborine u Ljubljani i Zagrebu proizlazi epoha maksima u 0·3 godine 1876., t. j. za potpune 2 godine ranije nego za Savu. Da mora maksimum vode u Savi zaostajati za maksimom oborine, imamo dva uzroka:

Digitized by Google

1. Oborina pada u obliku vode i snijega. Voda dijelom otječe odmah, dijelom udje u zemlju. Ono, što udje u zemlju, otječe dvojakim vrjelima: jedna sabiru vodu tik ispod površine, a druga onu što udje duboko ped zemlju. Vrjela ove druge vrsti ima na porječju Save velika množina.

2. Snijeg se topi gotovo pol godine iza kako je pao. Kad se snijeg topi, jedan dio otječe odmah, a drugi udje u zemlju i tu napaja i plitka i duboka vrjela.

To zakašnjenje maksima vode u Savi moglo bi iznašati jednu godinu dana ili neznatno više. Preostalu godinu dana možemo uzeti na račun pogrješke opažanja i oborina i vode u Savi.

2. *10-godišnji i 5-godišnji periodicitet.*

Pokušao sam nadalje, da istražim, da li opstoji u nizu zagrebačke oborine i 11-godišnja perioda prema periodama sunčanih pjega. Uzev kao jedinicu jednu godinu, nisam došao do nikakva rezultata, ali toliko sam barem mogao zaključiti, da mora da je amplituda te periode veoma malena.

Po drugi put sam kušao, da dodjem do cilja, zbrojiv množinu oborine po 31 pentadu zajedno, oslobodiv prije sva data od godišnje periode.

Oborina u Zagrebu od 1864—95 u sumama po 31 pentadu.

Razlike od ukupnog medija.

1	— 2	13	+ 82	25	+ 109	37	— 56	49	+ 47	61	+ 18
2	+ 149	14	— 65	26	+ 42	38	— 28	50	— 30	62	— 74
3	+ 119	15	+ 39	27	— 113	39	+ 9	51	— 31	63	— 91
4	— 108	16	+ 145	28	+ 128	40	+ 169	52	+ 8	64	— 14
5	— 123	17	+ 43	29	+ 94	41	+ 10	53	+ 31	65	+ 89
6	— 28	18	— 4	30	+ 232	42	— 1	54	— 97	66	— 227
7	+ 197	19	+ 69	31	— 31	43	— 174	55	— 89	67	+ 60
8	+ 57	20	— 33	32	— 106	44	+ 23	56	— 99	68	— 154
9	— 31	21	+ 108	33	— 138	45	+ 95	57	+ 52	69	— 94
10	— 36	22	+ 94	34	— 87	46	— 16	58	+ 27	70	— 10
11	— 113	23	— 68	35	+ 332	47	— 7	59	— 70	71	— 53
12	— 44	24	— 157	36	+ 138	48	— 106	60	+ 73	72	— 59

Uzeo sam za probu 23, 24 i 25 puta po 31 pentadu i dobio slijedeće amplitude i faze:

	23×31 put	24×31	25×31
Amplituda	16·8	10·0	16·8
Epoha maksima.	15·6	10·5	6·4

Digitized by Google

Minimum amplitude odgovara dužini vala od 23 × 31 pentada sa amplitudom od 10·5 mm. Iz toga bi prolzlazio val od 10·2 godine sa amplitudom od kakovih 25 mm., uzev godinu kao jedinicu. Val taj čini se, da je trećina vala od 30·5 godina. Epohe maksima 10-godišnjeg vala padaju na godine 1867. i 1877.

Istodobno sam opazio, da bi mogla postojati i perioda od 5 godina po prilici, te sam ju računao na dva načina. Iz gornjih data uzev kao i prije po 31, 32 i 33 puta 31 pentadu. našao sam

	23×31	24×31	25×31	pentada
Amplituda	25·5	18·3	30·2	
Epoha maksima . . .	4·36	3·24	4·23	

Iz krivulja, složenih iz tih data, proizilazi dužina vala od 12 × 31 pentade. t. j. 5·1 godina sa amplitudom od 18 mm. uzev 31 pentadu kao jedinicu. Prvi maksimum pada na godinu 1865 (0·2). Taj val bi bio šestina vala od 30·5 godina sa amplitudom od kakovih 40 mm., kad se uzme godina kao jedinica. Val je onaj znatan, jer je njegova amplituda od prilike polovina amplitude vala od 30·5 godina.

Da bolje dokažem taj val, uzeo sam zbrojeve oborine sve po $^1/_4$ godine, t. j. 18 pentada zajedno, i načinio 5 proba, sa 19, 20, 21, 22, 23 puta po 18 pentada za čitavi niz opažanja od g. 1862. do 1895. Rezultat je bio:

	19	20	21	22	23
Amplituda	19·5	14·6	9·8	6·1	8·0
Epoha maksima . . .	16·4	15·2	13·2	13·4	15·6
Popriječna pogriješka .	± 15·4	± 19·0	± 6·3	± 20·9	—

Konstruiramo li ovdje krivulju za amplitude, epohe i pogriješke, dobijemo, da medium odgovara dužini vala od 21·5 × 18 pentada, t. j. 5·3 godine, sa amplitudom od 9 mm., što odgovara 35 mm. uzev godinu kao jedinicu. Što se tiče amplitude, slaže se ovaj račun sa prijašnjim dobro. Epoha maksima pada po drugom računu na 0·6 godine 1865. Razlika u epohi maksima izmedju prvog i drugog računa iznaša samo 0·4 godine.

Digitized by Google

Tim držim da je konstatovana za Zagreb perioda oborina od 5·1—5·3 godine dužine.

Da se odredi točna dužina pojedinih ovdje spomenutih perioda, nisu dostatna opažanja jedne same postaje. Trebati će provesti isti račun za mnoge postaje, koje imaju dug niz pouzdanih opažanja. Pošto je uzrok tim oscilacijama oborine po svoj prilici kozmički, mora da padaju i epohe maksima i minima svuda na istu godinu. Drugotni manji valovi, kojim je amplituda na raznim mjestima različita, pomaknuti će prividno te epohe sad na jednu, sad na drugu stranu, a ne malena pogriješka proizilaziti će takodjer od približna računanja i od lokalnih okolnosti.

Račun o istraživanju ovoga periodiciteta proveo sam tako podrobno, više za to da pokažem, kako se može i iz razmjerno kratka niza opažanja naći približna dužina periode, nego da tu dužinu točno odredim.

F. Popriječna množina oborine za periodu 1866.—1895. i za periodu 1831.—1890.

Iz tab. a) proizlazi kao medium oborine za periodu 1866.—1895. godišnja množina oborine od 911 mm.

Pošto opstoji 30-godišnji periodicitet oborine ne samo za Zagreb, nego vàljda i za čitavu zemlju, prikladan je 30-godišnji medium da nam predstavi normalni medium oborine za pojedino mjesto. Sa tog stanovišta pošao je i Hann, kada je odredio medija tlaka zraka i temperature za razdobje 1851.—1880.

Medium 1865.—1895. možemo redukovati na medium 1851. do 1880. na temelju prispodobe sa Ljubljanom. Popriječni kvocijenat Ljubljana: Zagreb za g. 1865.—1890. je 1·56. Normalna množina oborine u Ljubljani za periodu 1851.—1880. je 1402 mm., a prema tome normalna množina u Zagrebu za istu periodu 900 mm. Gospodin je Seidl našao za istu periodu 913 mm., što se mnogo ne razlikuje od prijašnjega. On je kod reduciranja uzeo u obzir i godine 1862.—1865., koje ja posvema ispuštam, jer bi ipak moglo biti, da nisu posvema homogene sa ostalim nizom opažanja.

Pošto imamo pouzdana data o množini vode protekle Savom od godine 1829., vrijedno je, da se prispodobe te množine sa oborinama Zagreba i Ljubljane, jer se može na temelju te prispodobe ustanoviti i popriječna množina oborine koli u Zagrebu toli u Ljubljani za dvostruku periodu od 30 godina t. j. za razdobje od 1831.—1890.

Digitized by Google

Ako razdijelimo množinu vode u Savi izraženu milijunima m^3 sa množinom oborine u Zagrebu izraženom milimetrima, dobijemo kvocijenat koji raste sa množinom vode, kako se vidi iz slijedeće tablice:

Sava: Zagreb.

Popriječna množ. vode	18·100	21·800	26·900	32·200	38·500
Popr. kvocijenat . . .	24·4	24·9	31·1	34·5	37·6
Izračunani kvocijenat .	23·1	26·2	29·9	33·7	38·5

Ove sam kvocijente nastojao izraziti različitim jednadžbama. Najbolje odgovara empirična jednadžba

$$y^3 = 37{\cdot}95\ x^2$$

gdje je x množina vode u Km^3, a y kvocijenat. U gornjoj su tablici ubilježeni kvocijenti izračunani na temelju ove jednažbe.

Izračunamo li sada obratno iz petgodišnjih medija vode u Savi množinu kiše u Zagrebu, dobijemo slijedeće vrijednosti:

	1862—66	67—71	72—76	77—81	82—86	87—91	92—95
Voda u Savi. .	23·010	29·182	28.764	32·287	29·430	24·956	27·724
y	27·03	31·85	31·54	34·07	32·02	28·59	30·69
oborina ubilježena	865	929	955	936	873	825	819
oborina izračunana	851	916	912	948	919	873	903
oborina diferencija u %	1·4	1·4	4·5	—1·3	—5·3	—5·8	—10·3

Prispodobiv na isti način množinu vode u Savi sa oborinama u Ljubljani, dobijemo jednadžbu:

$$y^3 = 67{\cdot}22\ x^2$$

a na temelju ove slijedeću tablicu:

	67—71	72—76	77—81	82 - 86	87—91
Voda Save	29·182	28·764	32·287	29·430	24·956
y	20·62	20·43	22·02	20·73	18·71
oborina ubilježena	1482	1487	1379	1442	1273
oborina izračunana	1415	1408	1466	1420	1333
oborina dif. u %	4·5	5·3	— 6·3	1·5	— 4·0

Digitized by Google

Diferencije med ubilježenim i izračunanim oborinama pokazuju veću pravilnost za Zagreb nego za Ljubljanu, ali sasvim tim proizlazi iz obiju, da množina vode u Savi od godine 1875. po prilici raste neprestano.

Uzroka tome mogu biti tri:

1. Periodicitet oborine podvržen je od mjesta do mjesta velikim razlikama, koje nam mogu te diferencije lako protumačiti.

2. Moguće je, da se je korito Save od godine 1875. diglo, jer se u novije doba manje čisti nego prije, dok je brodarenje cvalo.

3. U novije se je doba na čitavom području Save mnogo šuma posjeklo. Tim se je umanjilo ishlapljivanje, a povećalo otjecanje vode.

Popriječna razlika izmedju, na temelju množine vode u Savi, izračunanim množinama oborine i ubilježenim iznaša za Zagreb 3·3%, a za Ljubljanu 4·3%. Ta razlika nije veća nego što su razlike kvocijenata izmedju množina oborine za dva susjedna mjesta u našim predjelima. Iz popriječne množine vode u Savi za razdobje 1831.—1890. možemo dakle izračunati popriječnu množinu oborine u istom razdobju za Zagreb i Ljubljanu.

Popriječna množina vode u Savi za 1831.—1890. iznaša 27·961 Km^3, a za periodu 1866—1895. iznaša 28·517. Računajuć popriječnu množinu oborine u Zagrebu za periodu 1866.—1895. sa 911 mm., dobili bismo kao popriječnu množinu oborine za periodu 1831.—1890. mm. 912. Isto tako bi bila popriječna množina oborine u Ljubljani za ista periodu 1406 mm.

Možemo dakle tvrditi, da je popriječna množina oborine koli za Zagreb, toli za Ljubljanu, unutar granica vjerojatnih pogrješaka, za periodu 1866.—1895. ista kao i za periodu 1831.—1890.

G. Godišnja perioda oborine.

Popriječna množina oborine po pentadi za periodu 1866—1896 iznaša 12·48 mm. Stupac prvi tab. f. pokazuje, za koliko je popriječna množina oborine u pojedinim pentadama manja (—) ili veća od 12·48 mm. Iz tih brojaka vidimo, da množina oborine po pentadi pokazuje dva od prilike jednaka maksima, jedan u junu, a drugi u oktobru, i dva minima, glavni u februaru, a drugotni koncem kolovoza ili početkom rujna, a osim toga više oscilacija preko one glavne.

Da potanje proučim godišnju oscilaciju množine oborine, rastavio sam tu oscilaciju na komponente po Besselovoj metodi i dobio slijedeći rezultat:

Digitized by Google

Broj vala	1	2	3	4	5	6	7
a	−2·36	−0·46	−0·81	0·18	0·25	0·16	−0·46
b	−1·97	−2·21	0·40	0·27	0·27	−0·53	0·75
Amplituda	3·07	2·26	0·90	0·32	0·37	0·55	0·88
Epoha maksima . . .	219 51′	258°11′	153°50′	56°19′	47°52′	253°12′	121°31′

Amplituda i epoha računana je prema formuli

$$y_x = a_x \cos\left(x\frac{360}{n} - \varepsilon_x\right)$$

a epoha je računana od sredine prve pentade, t. j. od 3. januara.

Da vidim, koliko se od ovih valova može upotrebiti, izračunao sam na temelju gornjih data množine oborine za pojedine pentade i sastavio sumu kvadrata preostalih pogrješaka. Ta suma iznaša 358·61.

Vjerojatna pogriješka množine za pojedinu pentadu iznaša:

$$\varepsilon = 0{\cdot}6745\sqrt{\frac{[\Delta]^2}{73-n}} = \pm\ 1{\cdot}57$$

a vjerojatna pogriješka koeficijenata

$$r = \pm\ 0{\cdot}59.$$

Prema tome su 4., 5. i 6. koeficijenat manji od vjerojatne pogriješke, te se moraju ispustiti. Sedmi koeficijenat je tako velik kao i treći, ali u račun smiju se obadva još uzeli, akoprem su jako maleni.

Tim bi bilo dokazano, da u oborini u Zagrebu obstoji periodicitet od 365·24 : 7 = 52·18 dana.

Maksimi i minimi pojedinih komponenata padaju na slijedeće dane:

I. Komponenta: Maksimum 9. augusta, minimum 10. februara.

II. Komponenta: Maksima 8. maja i 8. novembra; minima 10. februara i 9. augusta.

III. Komponenta: Maksima 19. februara, 20. junija i 20. oktobra; minima 20. aprila, 20. augusta i 20. decembra.

VII. Komponenta: Maksima 16. januara, 9. marta, 30. aprila, 21. junija, 13. augusta, 4. oktobra i 25. novembra; minima 11. februara, 4. aprila, 26. maja, 16. julija, 8. septembra, 30. oktobra i 21. decembra.

Digitized by Google

Na temelju tih četiriju komponenata izračunan je u tabeli f. 3. stupac i Sl. 2. f). Iz brojeva i slike vidimo, da se množina oborine umanjuje od 3. pentade januara do 3. pentade februara, na koju pada godišnji minimum. Iza toga raste do 4. pentade marta, pa onda se neznatno umanjuje do 1. pentade aprila. Na to raste opet do 3. pentade maja, te zaustaviv se malo prema koncu maja, raste do prvoga godišnjeg maksima, koji pada na 5. pentadu junija. Od tada pada do konca julija, ponaraste malo polovinom augusta i spusti se konačno do drugoga godišnjeg minima, koji pada, na 2. pentadu septembra. Odavle se digne do drugoga godišnjeg maksima, koji pada na 2. i 3. pentadu oktobra, pa onda se spušta naglo, zaustaviv se malo polovinom novembra, do 5. pentade decembra. Sad se još jednom neznatno podigne do 3. pentade januara. Sedmerostruki val u godini razabire se iz slike osobito dobro. Da pojedina maksima u raznim godinama znatno mijenjaju svoje mjesto, razabira se dobro već iz velike razlike izmedju ubilježenih i izračunanih množina oborine.

Zbrojimo li množine oborine za pojedine pentade svakoga mjeseca, dobit ćemo mjesečne sume oborine. U slijedećoj tablici su mjesečne sume oborina na temelju tab. a) i na temelju svih pentada od god. 1862.—1895., i to za obične mjesece koledara i na po se za mjesece po 30·44 dana.

	Mjeseci koledara			Mjeseci od 30·44d	
	1865 — 1895	Iz svih pentada	Izračunano	Ubilježeno	Izračunano
Januar	47·5	51·2	50·9	50·4	52·3
Februar	46·4	46·7	47·7	51·3	42·5
Mart	56·0	61·3	60·5	59·6	61·5
April	74·1	71·2	73·6	74·8	71·3
Maj	85·7	84·8	88·4	82·5	89·9
Junij	100·5	100·8	98·2	101·4	97·0
Julij	83·0	84·2	81·9	82·7	84·0
August	85·4	84·1	79·2	82·3	80·8
September	75·0	78·5	85·2	80·5	84·2
Oktober	113·1	102·8	97·2	101·0	98·5
November	78·5	83·0	88·4	84·1	87·3
December	66·2	62·8	60·4	61·0	62·0

Digitized by Google

Tab. g) i Sl. 2. g. pokazuju nam oscilaciju broja dana sa oborinom u pojedinim pentadama godine. Te sam brojke izravnao, a rezultat je u stupcu trećem. Popriječni broj dana sa oborinom po pentadi iznaša 1·82. On oscilira med 1·43 u petoj pentadi februara i 2·49 u četvrtoj pentadi junija. Osim toga opstoji drugotni maksimum koncem oktobra i drugotni minimum početkom septembra. Krivulja oscilacije broja dana sa oborinom pokazuje sve one oscilacije, što ih pokazuje i množina oborine, s tom razlikom, što krivulja broja dana sa oborinom ima samo jedan glavni maksimum, koji pada zajedno sa prvim maksimom množine oborine.

Istim načinom kao za množinu oborine izračunan je u slijedećoj tablici i broj dana sa oborinom za pojedine mjesece.

	Mjeseci koledara			Mjeseci po 30·44d	
	1866 — 1895	Iz svih pentada	Izračunano	Ubilježeno	Izračunano
Januar	10·55	10·25	10·25	10·10	10·05
Februar	8·10	8·55	8·45	9·30	9·20
Mart	10·85	11·20	11·05	11·10	10·90
April	12·30	12·00	12·05	12·25	12·30
Maj	12·95	12·60	12·75	12·30	12·50
Juni	13·45	13·85	13·70	14·00	13·85
Juli	10·65	10·95	11·20	10·75	10·85
August	10·35	10·10	10·05	9·85	9·85
September	9·20	9·20	9·30	9·35	9·45
Oktober	12·10	11·70	11·85	11·60	11·55
November	11·65	12·15	11·70	12·20	12·00
December	10·85	10·45	10·65	10·20	10·40

Razdijelimo li množinu oborine u pentadi brojem dana, dobijemo intenzitet oborine, t. j. broj milimetara oborine, što pade u jednom danu. U tab. 2. imamo u prvom stupcu ubilježene, a u drugom izravnane intenzitete (Sl. 2. h.). Krivulja intenziteta ima samo jedan godišnji maksimum početkom oktobra i jedan minimum, koji pada zajedno sa glavnim minimom množine oborine na treću pentadu februara. Godišnja oscilacija intensiteta je velika. Popriječni godišnji intenzitet iznaša 12·48 mm., a oscilira izmedju 7·89 mm. i 22·30 mm. I on pokazuje na sebi veoma markantan val od 52·18 dana.

Digitized by Google

Slijedeća tablica pokazuje nam intenzitet oborine u pojedinim mjesecima godine, kao kod prijašnjih dviju tablica.

	Mjeseci koledara			Mjeseci po 30·44d.	
	1866 — 1895	Po svim pentadam	Izračunano	Ubilježeno	Izračunano
Januar	4·50	5·00	4·95	5·00	5·20
Februar	5·75	5·45	5·65	5·50	4·60
Mart	5·15	5·45	5·45	5·35	5·65
April	6·00	5·95	6·10	6·10	5·80
Maj	6·60	6·75	6·95	6·70	7·20
Juni	7·45	7·25	7·15	7·25	7·00
Juli	7·80	7·70	7·30	7·70	7·75
August	8·25	8·35	7·80	8·35	8·20
September	8·15	8·55	9·15	8·60	8·90
Oktober	9·35	8·80	8·20	8·70	8·55
November	6·75	6·85	7·55	6·90	7·30
December	6·10	6·00	5·65	6·00	5·95

H. Broj dana sa snijegom, maglom, tučom i grmljavinom.

1. U tab. c) imamo broj dana sa snijegom za pojedine godine. Dani, kada je padao suhi snijeg, nijesu napose računani, jer u Zagrebu pada redovito snijeg pomiješan sa kišom, a iz bilježaka u pojedinim godinama ne da se uvijek točno odrediti, da li je padao samo snijeg ili je padala i kiša zajedno.

Broj dana sa snijegom oscilira znatno od godine do godine. Najmanji broj dana ima godina 1872. (7), a najveći godine 1895. (50). Popriječni broj dana za pojedina kvinkvenija oscilira neznatno, a pokazuje isto ritmičko rastenje i padanje, kao što i broj dana sa oborinom u opće i kao što i množina oborine sama. I tu se pokazuje 30·5-godišnji periodicitet.

Popriječni broj dana sa snijegom za periodu 1866.—1895. bio je 24·8. Maksimum broja dana pada na januar, gdje 66% dana sa oborinom donosi ujedno i snijega. U februaru je snijeg češći nego u decembru, a tako i u martu češći nego u novembru. U aprilu i oktobru pada snijeg po prijeko svake druge godine jedan put. U maju je padao snijeg godine 1864., 1892. i 1895., prilično je dakle rijedak gost.

Digitized by Google

U posljednjim dvjema stupcima označen je za svaku godinu datum prvog i posljednjeg snijega. Najraniji snijeg pao je 14. oktobra 1871., a najkasniji 17. maja 1895. Imamo dakle u najgorem slučaju 149 dana bez snijega. Najkasnije je pao prvi snijeg g. 1873., i to tekar 4. januara dojduće godine. Najranije je pao posljednji snijeg 28. februara 1869. Godine 1859. padao je posljednji snijeg čak 19. februara.

Poprijeko pada prvi snijeg 11. novembra, a posljednji 2. aprila, imamo dakle poprijeko 222 dana bez snijega.

Koliko snijega ostane ležeći na zemlji i kako dugo, mjeri se tekar od par godina, te se za sada o tom ne može ništa pouzdano kazati.

2. U tab. i. ubilježen je broj dana sa grmljavinom u pojedinim mjesecima i godinama. U () je pridodan broj dana sa bljeskanjem bez grmljavine. Brojevi dana sa bljeskanjem nijesu osobito pouzdani, pače jedne godine se nijesu ni bilježili.

Od godine do godine oscilira broj dana sa grmljavinom znatno, za pojedina kvinkvenija pako ne razlikuju se ti brojevi osobito. Popriječni brojevi dana sa grmljavinom za pojedina kvinkvenija, počevši sa kvadrijenijem 1862.—1865., jesu: 14·3, 20·0, 27·2, 25·4, 20·0, 27·0, 32·4. U ovim se brojevima vidi oscilacija paralelna sa oscilacijom množine oborine, samo je u posljednjem deceniju broj dana sa grmljavinom neobično velik prema prijašnjim godinama. Ta se osobitost opaža po čitavoj Evropi.

Godišnji maksimum grmljavine pada na mjesec junij i julij, a minimum na januar. Iz malog broja godina se ne može potanje označiti sa sigurnošću godišnja varijacija grmljavine.

3. U nekom savezu sa grmljavinom je tuča. Slijedeća tablica nam pokazuje broj dana sa tučom u pojedinim godinama:

Godina	1862	1863	1864	1865	1866	1867	1868	1869	1870	1871	1872	1873	1874	1875	1876	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895
Broj dana sa tučom	—	—	2	—	1	3	—	2	2	5	1	3	—	1	2	1	3	—	5	—	—	1	3	4	2	2	1	2	—	1	2	1	5	—

Ukupni broj dana sa tučom u 34 godine bio je 53. God. 1873. i 1894. imale su po 5 dana sa tučom, a rijetko prodju dvije godine zajedno bez tuče.

Broj dana sa tučom u pojedinim mjesecima bio je:

Jan.	Febr.	Mart	April	Maj	Juni	Juli	Avg.	Sept.	Okt.	Nov.	Dec.
—	—	2	3	11	15	10	8	3	—	—	1

Digitized by Google

Poradi malenog broja dana ubilježene su sume od 34 godine na mjesto broja dana u pojedinoj godini. Maksimum tuče pada na junij: maj i julij imaju od prilike jednak broj dana, a u augustu je češća nego u aprilu. God. 1880. padala je tuča, uz grmljavinu, u $2^1/_2$ sata po podne 31. decembra.

Redovito pada u Zagrebu tuča sa kišom zajedno, rijetko suha, a još rjedje počini veće štete, tako da se može smatrati Zagreb prilično sigurnim od tuče. Jaka tuča bila je samo u juniju 1864., u aprilu 1866. i u juniju 1888.

4. Brojeći dane sa maglom opazio sam, da je postupak kod bilježenja magle vremenom različito varirao, tako da pojedine godine nijesu medju sobom prispodobive.

Pošto je observatorij 45 met. visoko nad ravnicom, bilježene su u pojedinim godinama napose magle, koje ne dosegnu visinu opservatorija, a napose one, gdje je i observatorij u magli. U drugim je opet godinama označena magla, a da nije pobliže ubilježeno, da li je bio observatorij u njoj ili ne

Pregledavajući godišnje sume broja dana sa maglom, mogu samo toliko zaključiti, da je bio broj dana sa maglom u prvom deceniju opažanja mnogo veći, nego u posljednjem (45 : 33). Uzrok se ima tome tražiti u tom, što se je donji grad izgradio tekar iza 70. godine, dočim je bila prije na istom mjestu močvara.

Iz 14 godina, za koje sam našao pouzdane bilješke za maglu u donjem gradu i na observatoriju, t. j. iz godina 1862.—1866., 1870.—1873. i 1892.—1895., dobio sam slijedeći popriječni broj dana sa maglom na observatoriju i samo u donjem gradu.

Popriječni broj magla u donjem gradu i na observatoriju (14 godina).

Mjeseci	Jan.	Feb.	M.	Apr.	Maj	Juni	Juli	A.	S.	Okt.	N.	Dec.	God.
U donjem gradu	11·2	8·4	4·6	1·2	0·3	0·1	0·3	2·6	7·9	10·9	11·2	11·5	70·1
na observatoriju	7·6	4·2	1·2	0·4	0·1	0·0	0·1	0·3	2·2	5·1	7·4	8·4	37·3
na observatoriju u % donj. grada	68	50	26	33	43	46	37	23	28	47	66	73	53

53% svih magla, što su ubilježene za Savsku ravninu, dosegnu visinu observatorija. Računamo li popriječnu debljinu magla u donjem gradu sa 20 met., to od svih tih magla dosegne njih 53% za 45 metara veću debljinu. Taj percenat je u decembru najveći,

Digitized by Google

a u aprilu i augustu najmanji. Ljeti opstoji, kako se čini, sekundarni maksimum debljine magle.

Najčešća je magla u novembru i decembru; u oktobru je češća nego u februaru; u junu najrjedja.

I. Maksimalne množine oborine za 24 sata.

U tab. d) su ubilježene maksimalne množine oborine od godine 1857. do 1895. Iz tih brojaka razabiramo sliedeća pravila:

1. Godišnji raspored popriječne maksimalne oborine slaže se sa krivuljom intenziteta oborine. U oktobru je popriječna maksimalna oborina za 24 h. najveća, a u januaru najmanja. Drugi maksimum pada na junij od prilike. Maj i julij imaju neznatno veći maksimum nego junij.

2. Absolutni maksimum oborine od 76 mm. pada na oktobar, a najmanji absolutni maksimum na februar, što se sa popriječnim maksimima takodjer slaže.

3. Čini se, da se popriječni maksimum za pojedina kvinkvenija od kvinkvenija do kvinkventja umanjuje, iz čega bi se imalo zaključivati, da prirast grada od g. 1870. ima neki upliv na množinu oborine, mjerenu na observatoriju.

4. Godine velike totalne množine oborine ujedno su i godine velike maksimalne množine oborine, i obratno, t. j. maksimalna množina oborine raste sa totalnom godišnjom množinom.

Grupiramo li usporedo totalne godišnje množine oborine u intervalima od 100 do 100 mm. i maksimalne množine, dobijemo slijedeći prijegled:

Koliko puta	Totalna oborina	Popriječni maksimum	Popriječna razlika
2	600—700	39·5	± 1
7	700—800	43·0	± 5
9	800—900	43·0	+ 11
8	900—1000	50·0	± 7
4	1000—1100	60·0	± 7
4	1100—1200	55·5	± 6

Godine velike totalne množine oborine jesu i godine velike maksimalne množine u 24 h.

Digitized by Google

Ubilježene maksimalne množine oborine mogu se predstaviti jednadžbom:

$$M = 0{\cdot}046\ T + 7{\cdot}1$$

gdje M. znači maksimalnu množinu u 24 h., a T. totalnu množinu za dotičnu godinu. Popriječna razlika medju ubilježenim i po ovoj formuli izračunanim maksimima iznaša $\pm$ 7 mm.

5. O najvećim množinama oborine u 1 satu može se pouzdano govoriti samo na temelju godina 1894.—1896., za koje imamo diagrame registrujućeg ombrometra. Najveće množine oborine iz tih triju godina jesu:

4./10. 1894. palo je med 0 i 1 am. u 20 minuta 21·3 mm.

25./10. 1895. palo je u 23 sata 63·9 mm., a od toga u jednom satu 16·75 mm.

12./6. 1895. med 4 i 5 pm. u 22 minuta 17.85 mm.

12./7. 1896. od 1 do 2 pm. 25·95 mm., od kojih 19·65 u 20 minuta.

6./8. 1896. med 9 i 10 pm. u 15 min. 18·10 mm., a od ovih 13·60 u 7 minuta.

11./8. 1896. med 9 i 10 pm. u 18 min. 14·60 mm.

Odatle se vidi, da su u Zagrebu česte, ako i kratkotrajne kiše od 1 mm. po minuti, pače i intenzivnije nijesu rijetke.

Iz prijašnjih godina našao sam slijedeće, ako i nepotpune bllješke:

8./7. 1862. palo je 39·8 mm. u 40 minuta.

21./9. 1864. palo je 71·4 mm. u 5 sati.

3.—4./10. 1871. palo je 64·8 mm. u 8 sati.

8./5. 1880. palo je u 24 h. 48·7 mm., a od toga 30 mm. u 1 satu.

5./5. 1883. palo je 51·1 mm., a od toga u jednom samom satu 40 mm.

22./6. 1883. palo je 30 mm. u 1 satu, 28./7. iste god. 22·4 mm. u 25 minuta.

4./10. 1888. pao je godišnji maksimum od 76·0 mm. u $13^1/_2$ sati.

J. Dnevna perioda oborine.

Registrujući ombrometar (Usteri-Reinacher) smješten je u dvorištu kod *Kr*, a funkcionira od početka god. 1894., tako da imamo potpune tri godine veoma pouzdanih bilježaka. Kućica, u kojoj je ombrometar, ima dvostruke stijene, a zimi se grije lampom, da se snijeg otopi. Ako je lampa dobro regulirana, onda je gubitak oborine neznatan, a nikada se nije dogodilo, da se ne bi snijeg dovoljnom brzinom otapljao, tako da bi registracija znatno zaostala

Digitized by Google

za padanjem oborine. Potrošak petroleja je takodjer neznatan, oko 0·4 l. za 16 sati.

Množina oborine, što ju bilježi registrujući ombrometar, razlikuje se od množine izmjerene na običnom ombrometru za 0—10%, poprijeko za 2%. Registrujući ombrometar ubilježi redovito premalo oborine. Registrovana množina reducira se uvijek na direktno izmjerenu.

1. Slijedeća tablica pokazuje popriječne množine oborine u pojedinim satima dana za svaku godinu, i to na po se za zimske, a na po se za ljetne mjesece (maj, junij, julij, august, septembar i oktobar).

Dnevna perioda oborine na temelju godina 1894—96.

1. Množina oborine u 6 mjeseci (Diferencije od poprječne množine).

		0—1 am	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
Zima	1894	1·50	3·40	—2·90	—2·35	—4·80	—1·35	—0·80	—1·65	—2·60	1·45	—0·25	—0·30
	1895	3·95	3·90	—5·45	—10·60	1·70	6·30	0·15	6·50	2·10	4·30	—1·60	—0·65
	1896	3·90	4·60	3·90	—0·65	0·35	—2·20	—2·60	—1·90	—6·15	—5·55	—4·20	—3·45
Poprijeko		3·12	3·97	—1·48	—4·53	—0·92	0·92	—1·05	0·98	—2·22	0·07	—2·02	—1·47
Izravnano		1·95	1·85	—0·70	—2·30	—1·50	—0·35	0·30	—0·75	—0·40	1·40	—1·15	—1·65
Ljeto	1894	31·25	11·35	9·65	2·45	—4·90	—1·50	—4·80	—8·60	—12·20	—15·50	0·30	—12·60
	1895	1·70	—6·30	5·75	6·15	2·20	9·85	3·40	3·55	—7·60	10·60	7·55	7·85
	1896	—3·00	2·30	—2·30	0·05	—5·80	—9·80	—11·80	—1·20	1·65	1·65	—2·90	—4·50
Poprijeko		10·00	2·45	4·35	1·30	—2·85	—0·50	—4·40	—2·10	—1·10	—1·10	1·65	—3·10
Izravnano		4·35	5·60	2·70	0·90	—0·70	—2·55	—2·30	—4·20	—1·85	—1·85	—0·85	—2·95

		0—1 pm	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
Zima	1894	—1·05	2·40	3·75	5·05	3·45	3·40	1·25	—3·20	—1·90	1·90	1·45	—2·95
	1895	0·55	—1·40	2·00	0·55	—6·40	—7·65	—7·00	—6·85	—1·60	5·30	4·75	—1·10
	1897	—4·05	—2·65	—0·40	—3·85	—1·40	1·60	—4·20	—2·75	2·75	10·55	16·85	0·45
Poprijeko		—1·52	—0·55	1·78	0·58	—1·45	—0·88	—3·32	—4·27	—0·25	9·92	6·72	—1·20
Izravnano		—1·20	0·00	0·60	0·30	—0·60	—1·90	—2·80	—2·60	0·45	4·15	3·80	2·90
Ljeto	1894	—16·75	—8·85	13·20	1·00	—12·05	—6·85	—9·20	7·05	20·20	5·20	—1·00	17·40
	1895	—7·90	2·60	3·20	—2·95	25·95	13·25	—10·60	—9·05	—1·15	—19·15	—15·10	—15·50
	1896	2·60	13·95	—0·75	—5·70	14·20	—1·80	—4·50	—9·50	—4·85	32·75	—1·35	0·05
Poprijeko		—7·35	2·23	5·15	—2·55	9·35	1·55	—8·10	—3·85	4·75	6·25	—5·80	0·65
Izravnano		—2·75	0·00	1·60	4·00	2·80	0·95	—3·45	—2·40	2·40	1·75	0·35	1·60

Digitized by Google

Iz te tablice vadimo slijedeće zaključke:

Dnevna je perioda oborine veoma slabo izražena, a u raznim godinama različita. Zimski mjeseci godine 1896. pokazuju samo jedan maksimum oko ponoći, a minimum med 8. i 9. urom u jutro. Zima god. 1894. pokazuje isti noćni maksimum. Jutrnji minimum pada oko 4 u jutro, a oko 4 po podne je drugi jaki maksimum. Zima godine 1895. ima takodjer dva maksima, i to jedan u jutro med 5.—7. urom, gdje je u drugim dvjema godinama minimum, a drugi malo prije ponoći. Ukupna slika svih triju zima (na temelju izravnanih brojaka) pokazuje tri maksima, i to glavni med 9 i 12 po podne i dva nuzgredna oko 7 u jutro i 4 po podne; i tri minima, oko 4 u jutro, oko podne i oko 8 po podne.

Za ljetne mjesece su slike mnogo zamršenije. Pojedini sat sa veoma velikom oborinom nakazi čitavu sliku. Noćni se maksimum pokazuje u svim trim ljetima, a popoldašnji maksimum izražen je takodjer svakoga ljeta, kad jače, kad slabije. Ukupna slika (na temelju izravnanih brojaka) ima dva maksima: jedan oko ponoći, a drugi oko 4 po podne.

Svih šest poljeća pokazuje dobro izražen noćni maksimum, koji pada oko ponoći. Maksimum od 4 po podne pokazuje se u svim trim ljetima te u zimi god. 1894. U zimskim mjesecima g. 1895. i 1896. veoma je slabo istaknut. Jutrnji maksimum pokazuje se samo god 1895.

Iz čitavih triju godina dobivamo slijedeće brojke, izravnane po pravilu $\frac{a + b + c}{3}$

0—1 am	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
6·45	7·45	2·00	—1·40	—2·20	—2·95	—2·05	—1·60	0·55	0·80	—1·20	—1·15

12—1 pm	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
—0·35	3·40	2·40	4·40	2·25	—0·95	—6·30	—5·00	—0·50	2·55	0·95	4·60

Koli noćni, toli popoldašnji maksimum su ovim brojkama veoma dobro izraženi, dočim se jutrnji gubi.

Da se što pozitivna o dnevnoj periodi množine oborine bude moglo kazati, trebati će bar 10 godina opažanja.

Digitized by Google

2. Sate sa oborinom brojio sam tako, da je svaki sat, u kojem je palo najmanje 0·05 mm., računan kao sat sa oborinom. Popriječni broj sati sa oborinom u ovo tri godine bio je 990 na godinu, t. j. po satu dana 41·3.

Varijaciju broja sati tekom jednog dana izravnanu po pravilu $\frac{a + b + c}{3}$ pokazuje slijedeća tablica:

	0—1	1—2	2 3	3 - 4	4—5	5—6	6 - 7	7 8	8—9	9 - 10	10 11	11—12
prije podne	1·0	1·7	0·0	—1·0	— 0·3	— 0·6	3·3	1·0	0·0	— 0·3	2·7	3·3
poslije podne	2·7	2·3	2·3	1·0	— 0·7	— 1·7	— 3·7	— 3·7	— 3·3	— 0·7	— 0·7	1·0

Glavni maksimum pada oko podna ili malo kasnije, a glavni minimum se slaže sa minimom množine oborine oko 8 p. m. Za sate prije podne je krivulja veoma nepravilna.

3. Popriječni intenzitet oborine iznaša 0·92 mm. po satu. Ako množinu oborine podijelimo brojem sati, dobijemo intensitet za pojedine sate. U slijedećoj je tablici intensitet izravnan kao prije.

	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 4	4 - 5	5 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 10	10 - 11	11—42
prije podne	0·14	0·15	0·05	—0·01	—0·05	—0·08	—0·11	—0·14	—0·08	—0·07	—0·09	—0·17
poslije podne	-0·14	-0·05	0·01	0·08	0·07	0·01	—0·08	—0·05	0·15	0·17	0·13	0·09

Krivulja intensiteta oborine je veoma pravilna. Maksimum pada malo pred polnoći, a minimum malo pred podne.

Sastavljajuć podatke o oborini u gradu Zagrebu, nastojao sam u prvome redu, da istražim originalna data, u koliko bi ona možda bila pogriješna ili drukčije nepotpuna, te da ih popunim i da tako popunjena proradim. Tako ću isto postupati i kod izradjivanja ostalih meteorologijskih elemenata. Tekar kada budem imao pred sobom potpunu sliku klimatskih odnošaja u Zagrebu, prispodobiti ću te odnošaje sa odnošajima u susjednim zemljama, te u samoj domovini. Na taj ćemo način dobiti čim potpuniju sliku o klimi naše domovine.

Digitized by Google